

# Selbstorganisation und Laseremission in kalten atomaren Ensembles

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors  
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Mathematik und Physik  
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von  
Dietmar Kruse  
aus Hannover

2005

Tag der mündlichen Prüfung: 26.04.2005  
Dekan: Prof. Dr. P. Schmid  
1. Berichterstatter: Prof. Dr. H. Ritsch  
2. Berichterstatter: Prof. Dr. C. Zimmermann  
3. Berichterstatter: Prof. Dr. V. Vuletic

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Atom-Lichtfeld-Wechselwirkung . . . . .	7
2.1.1	Auswirkungen auf das Lichtfeld . . . . .	10
2.1.2	Auswirkungen auf die atomare Dynamik . . . . .	12
2.1.3	Selbstkonsistente Behandlung . . . . .	15
2.2	Theoretisches Modell . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>23</b>
3.1	Magnetooptische Falle . . . . .	23
3.1.1	Diodenlasersystem . . . . .	24
3.1.2	Optischer Aufbau der MOT . . . . .	29
3.1.3	Vakuumapparatur . . . . .	31
3.2	Resonatordipolfalle . . . . .	32
3.2.1	Titan-Saphir-Laser . . . . .	32
3.2.2	Strahlengang . . . . .	35
3.2.3	Hochfinesse-Ringresonator . . . . .	38
3.2.4	Stabilisierungen . . . . .	43
3.3	Detektionssysteme . . . . .	52
3.3.1	Lichtfeldanalyse . . . . .	52
3.3.2	Absorptionsabbildung . . . . .	53
3.3.3	RIR-Messungen . . . . .	56
3.4	Experimentsteuerung . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Laden der Resonatordipolfalle</b>	<b>61</b>
4.1	MOT-Phase . . . . .	61
4.2	Dunkel-MOT-Phase . . . . .	63
4.3	Dipolfallenphase . . . . .	68
4.4	Umbauten und ihre Folgen . . . . .	70
<b>5</b>	<b>CARL ohne Dissipation</b>	<b>73</b>
5.1	Messungen . . . . .	73
5.1.1	Lichtfelder . . . . .	74
5.1.2	Atomare Ortsverteilung . . . . .	75

---

5.2	Vergleich mit der Theorie . . . . .	76
5.2.1	Beschränkungen des eindimensionalen Modells . . . . .	76
5.2.2	Wahl der Anfangsbedingungen . . . . .	77
5.2.3	Simulationsergebnisse . . . . .	78
5.2.4	Analytische Lösungen . . . . .	81
5.3	Diskussion . . . . .	83
<b>6</b>	<b>CARL mit Dissipation</b>	<b>87</b>
6.1	Theoretische Beschreibung . . . . .	87
6.1.1	Melasse als Reibungskraft . . . . .	88
6.1.2	Erweiterung des theoretischen Modells . . . . .	89
6.2	Messungen . . . . .	89
6.2.1	Lichtfelder . . . . .	90
6.2.2	Atomare Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	92
6.3	Vergleich mit der Theorie . . . . .	94
6.4	Diskussion . . . . .	96
<b>7</b>	<b>Spiegelrückstreuung</b>	<b>99</b>
7.1	Theoretische Beschreibung . . . . .	100
7.1.1	Quantitative Abschätzung der Spiegelrückstreuung . . . . .	100
7.1.2	Spiegelstreuung im leeren Resonator . . . . .	102
7.1.3	Spiegelstreuung im gefüllten Resonator . . . . .	104
7.2	Anwendung auf die Messergebnisse . . . . .	108
7.3	Der frustrierte CARL . . . . .	109
7.4	Diskussion . . . . .	114
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>115</b>
<b>A</b>	<b>Transmissionen der Hochfinesseresonatorspiegel</b>	<b>119</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>121</b>

# 1 Einleitung

Im Jahr 1994 stellte Rodolfo Bonifacio unter der Bezeichnung Collective Atomic Recoil Laser (CARL) einen neuartigen Lasermechanismus vor [Bon94a]. Obwohl dieser elektronische Übergänge zwischen verschiedenen atomaren Energieniveaus benutzt, basiert er, in Anlehnung an den Freie-Elektronen-Laser (FEL) [Eli76], hauptsächlich auf der äußeren Dynamik der Atome. Genau wie der FEL ist er im Gegensatz zu herkömmlichen Lasern insofern „klassisch“, als dass seine Funktionsweise keinerlei quantenmechanischer Effekte bedarf. So lässt sich derselbe Lasermechanismus prinzipiell statt an Atomen auch an kleinen in Wasser schwimmenden Latexkugeln demonstrieren [McN98, Rob03]. Anders als herkömmliche Laser erfordert CARL allerdings kohärentes Pumplicht.

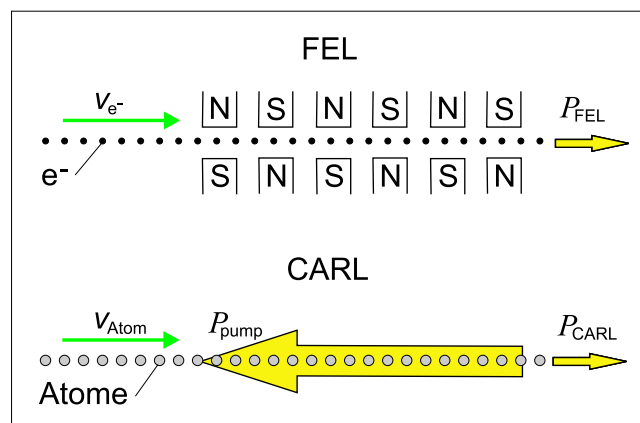
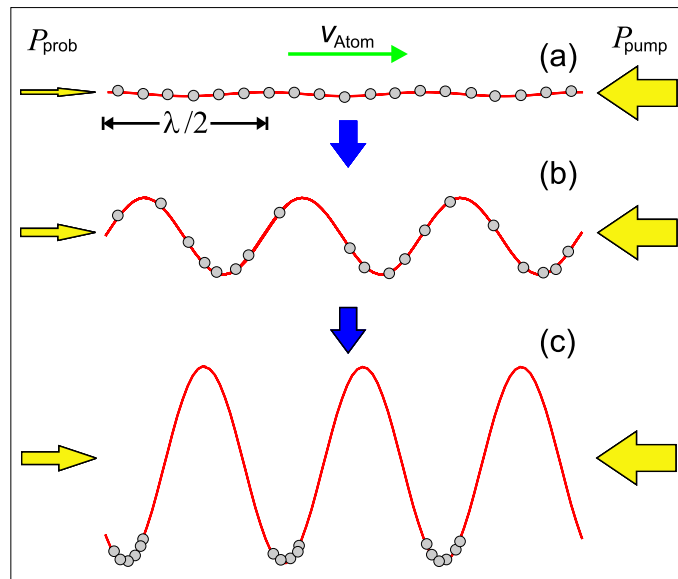


Abbildung 1.1: Vergleich von FEL und CARL.

Abb. 1.1 stellt stark vereinfachend das Funktionsprinzip des CARLs dem des FELs gegenüber. Während im Falle des FELs ein Elektronenstrahl das alternierende magnetostatische Feld eines Undulators passiert, wird im Falle des CARLs ein Atomstrahl einem entgegengerichteten intensiven Laserstrahl ausgesetzt. Die grundlegende Andersartigkeit von magnetostatischem Feld und Laserstrahl existiert lediglich im Laborsystem. Im Ruhesystem der jeweiligen Teilchen stellen beide eine den Teilchen entgegenkommende elektromagnetische Welle dar. Diese übt eine harmonische Kraft auf die Teilchen aus und versetzt sie dadurch in Schwingungen. Gemäß den Maxwell'schen Gleichungen emittieren die schwingenden Ladungen selbst elektromagnetische Wellen. Der primäre Unterschied zwischen den beiden Lasern ist der, dass im Falle des FELs freie Elektronen schwingen und im Falle des CARLs die an die positiv geladenen Atomrümpfe gebundenen Elektronen lediglich Dipolschwingungen ausführen.

Eine effiziente Strahlungsemission in Bewegungsrichtung der jeweiligen Teilchen erfordert, dass die von den einzelnen Elektronen bzw. Atomen emittierten Wellenzüge konstruktiv interferieren. Ob dieses der Fall ist hängt von der axialen Verteilung der Teilchen ab. Ausgehend von einer homogenen Verteilung ist ein sich selbst organisierender Vorgang, in dessen Verlauf sich die Teilchen entlang der Strahlrichtung gitterförmig anordnen, notwendige Voraussetzung für konstruktive Interferenz.



**Abbildung 1.2:** Selbstorganisation im Falle von CARL. (a), (b) und (c) zeigen drei aufeinander folgende Momentaufnahmen. Horizontal ist der Ort und vertikal die potentielle Energie der Atome dargestellt. Atome und Stehwelle bewegen sich mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_{\text{Atom}}$  auf den intensiven Pumpstrahl ( $P_{\text{pump}}$ ) zu. Die Leistung des Probstrahls  $P_{\text{prob}}$  beinhaltet sowohl eingestrahktes als auch rückgestreutes Licht.

Abb. 1.2 illustriert diesen Vorgang der Selbstorganisation im Falle des CARLs. In Abb. 1.2 (a) ist die ursprünglich vorgeschlagene experimentelle Anordnung [Bon94a, Bon94b] schematisch dargestellt, bei der zusätzlich ein schwacher, dem intensiven Pumpstrahl entgegengerichteter Probstrahl eingestrahkt wird. Er hat einen geringfügigen Stehwellenanteil zur Folge. Die Frequenzverstimmung der beiden Strahlen wird so gewählt, dass sich die Stehwelle synchron mit den Atomen bewegt. Abb. 1.2 (b) und (c) zeigen die zeitliche Entwicklung des Systems. Aufgrund der in Stehwellen wirkenden Dipolkraft, die die Atome in die Bäuche der Stehwelle zieht, bildet sich eine räumlich periodische atomare Dichtestrukturierung aus. Diese ermöglicht eine kollektive kohärente Rückstreuung des intensiven Laserstrahls in den Probstrahl. Die Stärkung des Probstrahls erhöht den Stehwellenkontrast und führt dadurch wiederum zu verstärkter Rückstreuung. Unter geeigneten Bedingungen ist deshalb ein exponentieller Anstieg der in den Probstrahl rückgestreuten Intensität, verbunden mit der Ausbildung eines atomaren Dichtegitters, zu erwarten. Dieser sich selbst verstärkende Vorgang kann auch ohne Einstrahlung eines Probstrahls spontan durch atomare Dichtefluktuationen initiiert werden [Bon95b]. Es folgte eine große

Zahl weiterer theoretischer Veröffentlichungen zu dem Thema [Sal95, Bon96, Bon97a, Moo98, Ber99, Moo99b, Heu00, Per01, Lin01, Pio01, Per02, Pio03].

In den vergangenen Jahren wurden mehrfach Anstrengungen unternommen, einen experimentellen Nachweis für CARL zu erbringen. Dabei konnte in einem Ringresonator die Verstärkung eines dem Pumpstrahl entgegengerichteten schwachen Probstrahls beobachtet werden [Lip96]. In einem weiteren Experiment wurde rückgestreutes Licht nachgewiesen, ohne dass ein Probstrahl eingestrahlt wurde [Hem96]. Beide Experimente arbeiteten mit heißen Natrium-Dämpfen. Die Autoren erklärten ihre experimentellen Ergebnisse jeweils durch die Ausbildung eines atomaren Dichtegitters und legten ihnen damit den CARL-Prozess zugrunde. Diese Interpretation blieb in der Literatur umstritten [Bro97b, Bro97a, Per01]. Aufgrund der geringen Verstimmung des Pumpasers relativ zum atomaren Übergang und dessen temperaturbedingter starker Dopplerverbreiterung lassen sich alternative Verstärkungsmechanismen des Probfeldes nicht ausschließen. Desweiteren erschwerten die hohe kinetische Energie und die unter den gegebenen experimentellen Bedingungen auftretenden Stöße zwischen den Atomen die Ausbildung des atomaren Dichtegitters.

Auf der anderen Seite gelang es, denselben Verstärkungsmechanismus, auf dem auch CARL beruht [Ber99], in rudimentärer Form in einem Gas von ultrakalten Cs-Atomen als so genannte rückstoßinduzierte Resonanzen (RIR) nachzuweisen [Cou94]. Beide Effekte lassen sich auf zwei unterschiedliche Arten interpretieren. Im Photonenbild handelt es sich um Ramanübergänge zwischen unterschiedlich besetzten Impulszuständen und im klassischen Wellenbild um kohärente Rayleigh-Streuung an bewegten Atomen, bei der allerdings der mit dem Streuprozess verbundene Rückstoß auf das Atom berücksichtigt werden muss. Im Unterschied zu CARL bleibt bei RIR die Verstärkung des Probfeldes gering. Der für CARL charakteristische Selbstverstärkungsprozess setzt nicht ein, weil das Licht des Problasers in keinem Ringresonator überhört wird und dadurch die Rückkopplung zu schwach ist. Ein eindeutiger experimenteller Nachweis von CARL stand deshalb bisher noch aus.

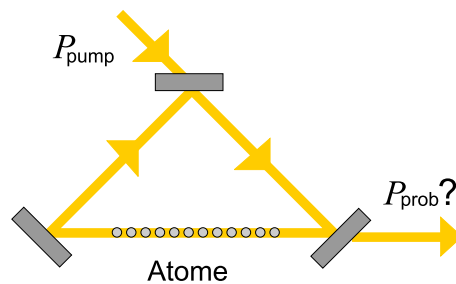
Ein solcher Nachweis erfordert das Arbeiten bei sehr großen Verstimmungen des Lasers relativ zu den atomaren Übergängen, so dass eine adiabatische Eliminierung des angeregten Zustandes gerechtfertigt ist [Gan00b]. Damit ließen sich die alternativen Erklärungsmodelle ausschließen, die in der Interpretation der experimentellen Ergebnisse von [Lip96] und [Hem96] angeführt wurden. Problematisch ist, dass bei hohen Verstimmungen die Streuraten sehr klein werden und dadurch die Rückkopplung derart geschwächt wird, dass der CARL-Effekt unter den üblichen Bedingungen nicht auftritt. Um eine hinreichend große Rückkopplung aufrechtzuerhalten, bieten sich zwei Möglichkeiten an. Die erste beinhaltet die Verwendung von Resonatoren mit besonders hoher Finesse, wodurch die Wirkung der wenigen rückgestreuten Photonen stark zunimmt. Alternativ dazu lässt sich durch das Arbeiten mit sehr kalten Atomen bei geringen Dichten erreichen, dass die Atome bereits auf kleine Intensitätsgradienten reagieren. Damit baut sich leichter das charakteristische atomare Dichtegitter auf. Die vorliegende Arbeit nutzt beide Effekte aus und macht sich dabei den rasanten Fortschritt der letzten Jahre auf dem Gebiet kalter Atome in Resonatoren sehr hoher Finesse zunutze.

Mit der Entdeckung der Laserkühlung [Hä75, Ash78, Phi82, Chu85] wurde es möglich, atomare Ensembles zu erzeugen, deren kinetische Energie derart herabgesetzt war, dass sie sich in den schwachen Dipolpotenzialen eines Lichtfeldes einfangen ließen [Chu86]. Speziell für Lichtfelder, die bezüglich der atomaren Resonanz rotverstimmt sind, können der Fokus eines einzelnen Laserstrahls [Chu86, Mil93] oder auch die Intensitätsbäuche einer stehenden Lichtwelle [Ver92, Jes92] als Dipolfallen dienen. Da deren Tiefe proportional zur Lichtintensität ist, verschafft die Verwendung von optischen Resonatoren aufgrund der Überhöhung des Lichtfeldes in ihrem Innern Vorteile bei der Realisierung hinreichend tiefer Fallen [Mos01]. Kalte Atome in Resonatoren haben in den letzten Jahren besonders auf dem Gebiet der Cavity-Quantenelektrodynamik (CQED) Aufsehen erregt. In sehr kleinen Resonatoren, deren Finesse eine Million übersteigt, wird dabei die Wechselwirkung von einzelnen Atomen mit einzelnen Photonen studiert. Unter anderem konnten einzelne Atome nicht nur nachgewiesen [Pin00, Hoo00], sondern auch deren Trajektorien bestimmt werden [Hor02, Pup03]. Die Ausweitung der Theorie auf größere Zahlen an Atomen und Photonen führt zur Vorhersage einer Vielzahl weiterer neuer physikalischer Effekte [Dom03]. So wurde eine gegenseitige Beeinflussung von mehreren sich gleichzeitig im Resonator aufhaltenden Atomen vorhergesagt, die lediglich über das Lichtfeld vermittelt wird [Gan00a]. Neuartige Kühlmechanismen wurden für Atome in Resonatoren hergeleitet [Mos91, Cir95, Hor97, Vul00, Vul01, Dom02, Els03] und teilweise experimentell gezeigt [Cha03, Bla03, Mau04]. In einigen dieser Experimente wurden Hochfinesseresonatoren mit großem Modenvolumen zum ersten Mal nicht nur zum Zweck der Lichtfeldüberhöhung verwendet, sondern vielmehr mit dem Ziel, ihren aktiven Einfluss auf die atomare Dynamik zu untersuchen. Dabei stand jetzt im Unterschied zur CQED die Wechselwirkung vieler Atome (typischerweise  $10^6$ ) mit vielen Photonen (typischerweise  $10^{10}$ ) im Mittelpunkt des Interesses.

Der in der vorliegenden Arbeit verwendete Hochfinesseresonator besitzt nicht nur ein großes Modenvolumen, sondern es handelt sich insbesondere um einen Ringresonator. Zeitgleich mit einem ähnlichen Experiment in Hamburg [Nag03b] wurden damit im Rahmen dieser Arbeit zum ersten Mal die Lichtmoden eines Ringresonators als Dipolfallen für kalte Atome genutzt [Kru03a]. Verglichen mit Stehwellenresonatoren bieten Ringresonatoren den Vorteil, dass die beiden in ihnen gegensinnig umlaufenden Lichtfelder im Prinzip unabhängig voneinander sind. Damit ist es möglich, durch einseitiges Einkoppeln laufende Lichtwellen in ihrem Innern zu erzeugen. In Ringresonatoren, anders als in Stehwellenresonatoren, ist der Gesamtimpuls des gekoppelten Systems aus Lichtfeld und in ihm gefangenen Atomen eine Erhaltungsgröße. Während die atomare Dynamik in Stehwellenresonatoren lediglich zu einer Variation der Gesamtintensität führt, kommt es in Ringresonatoren zu einer wechselseitigen Intensitätsumverteilung zwischen den beiden beteiligten laufenden Lichtwellen. Für Stehwellen im freien Raum konnte dieses bereits nachgewiesen werden [Rai98]. Gleichzeitig besitzen die bewegten Atome das Bestreben, die Stehwelle mitzuziehen [Gan00b]. Prinzipiell auch im freien Raum vorhanden, wird dieser Effekt im Resonator durch die lange Verweildauer des Lichts stark überhöht. Er führt zu einer besonders starken Kopplung der Bewegung der einzelnen in der Stehwelle gefangenen

Atome und macht dadurch das System zu einem interessanten Kandidaten bei der Suche nach einer experimentellen Verwirklichung eines Quantencomputers [Hem99]. Die im Ringresonator gegebene gegenseitige Unabhängigkeit der beiden umlaufenden Wellen, und zwar sowohl bezüglich ihrer Intensitäten als auch bezüglich ihrer relativen Phase, ist notwendige Voraussetzung für den CARL-Prozess.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfolgt die erste eindeutige experimentelle Realisierung eines CARLs [Kru03b]. Die experimentelle Anordnung ist in Abb. 1.3 skizziert. Das fernverstimmte Lichtfeld eines einseitig gepumpten Hochfinesse-Ringresonators dient sowohl als Dipolfalle für die ultrakalten  $^{85}\text{Rb}$ -Atome als auch als intensiver Pumpstrahl. Im Gegensatz zu der Anordnung in Abb. 1.2 befinden sich die Atome anfangs in Ruhe. Ihre Geschwindigkeit stellt eine dynamische Größe dar. Sie stellt sich so ein, dass sich die Atome in Richtung des Pumpstrahls bewegen. Es findet deshalb ein Energieübertrag von den Lichtfeldern auf die atomare Dynamik statt und nicht, wie in dem ursprünglichen Vorschlag [Bon94a, Bon94b], in umgekehrter Richtung von der atomaren Dynamik auf die Lichtfelder.



**Abbildung 1.3:** Schematische Darstellung der experimentellen Anordnung.

In einem ersten Experiment wird, ausgehend von bereits räumlich geordneten Atomen, ein in die ungepumpte Richtung rückgestreutes Feld beobachtet, dessen zeitliche Entwicklung bezüglich Intensität und Frequenz gut mit den Vorhersagen der Theorie [Bon95a, Per02, Gan00b] übereinstimmt. Zur weiteren Untermauerung der Bedeutung der äußeren atomaren Dynamik dient der Nachweis, dass der CARL-Prozess mit einer räumlichen Verschiebung der Atome verbunden ist.

Ohne Relaxation der atomaren Bewegung erreicht ein CARL keinen stationären Zustand [Bon94b, Per01]. Die andauernde Umstreuung von Photonen des Pumpstrahls in den Probstrahl übt auf die Atome eine stete Kraft aus, weshalb die Geschwindigkeit der Atome fortwährend zunimmt. Als möglicher Dissipationsmechanismus wurden bisher interatomare Stöße diskutiert [Per01], die allerdings den Nachteil mit sich bringen, dem Aufbau eines Dichtegitters entgegenzuwirken. Bei den hier beschriebenen Experimenten liegen atomare Dichten vor, bei denen Stöße keine Rolle spielen. Um dennoch Dissipation in das System einzuführen, wird der Dipolfalle in einem zweiten Experiment eine optische Melasse überlagert. Auf diese Weise konnte nicht nur ein stationärer CARL realisiert, sondern indirekt auch die spontane Ausbildung eines Dichtegitters nachgewiesen werden.

Die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente lassen sich mathematisch durch ein

System von gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen [Gan00b] modellieren, die an anderer Stelle in Zusammenhang mit CARL hergeleitet und zu dessen Beschreibung verwendet wurden [Bon95a, Per02]. Da sich die experimentell vorliegende Phasenstabilisierung des Pumplasers auf den Hochfinesseresonator nicht adäquat in diese Gleichungen implementieren lässt, ist eine Umformulierung erforderlich. Außerdem werden zusätzliche Terme zur Berücksichtigung von Dissipation und Spiegelrückstreuung in die Gleichungen eingeführt. Die sich aus den Gleichungen ergebenden numerischen Simulationen und analytischen Ergebnisse werden den Messungen gegenübergestellt. Insbesondere aus den numerischen Simulationen lassen sich wichtige Hinweise für ein anschauliches Verständnis der verschiedenen beobachteten Effekte gewinnen.

Die vorliegende Arbeit ist folgendermaßen gegliedert. Kapitel 2 stellt die theoretischen Grundlagen zur Verfügung, die für das Verständnis der Arbeit erforderlich sind. Dabei steht die Wechselwirkung zwischen Atomen und Lichtfeld im Vordergrund. Sie wird rein klassisch behandelt. Besonderes Augenmerk gilt kollektiven Effekten. Die experimentelle Apparatur wird in Kapitel 3 beschrieben. Zu ihr gehören die magnetooptische Falle (MOT), die Resonatordipolfalle und die verschiedenen Detektionssysteme. Den experimentellen Ablauf, mit dem die kalten Atome in die Dipolfalle transferiert werden, beschreibt Kapitel 4. Die kalte Atomwolke wird charakterisiert. Kapitel 5 ist dem ersten CARL-Experiment gewidmet, in dem keine Dissipation auf die Atome wirkt. Mit den Experimenten, in denen der Dipolfalle eine Melasse überlagert wird und dadurch Dissipation stattfindet, beschäftigt sich Kapitel 6. Kapitel 7 beleuchtet Korrekturen und zusätzliche Effekte, die sich auf die Streuung an den Resonatorspiegeln zurückführen lassen. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse und einem Ausblick auf interessante, weiterführende Experimente.

# 2 Theoretische Grundlagen

Die vollständige quantenmechanische Beschreibung der Wechselwirkung eines atomaren Ensembles mit einem äußeren Lichtfeld ist umfangreich und enthält sehr unterschiedliche Aspekte, besonders wenn die äußere atomare Dynamik mit berücksichtigt wird. Solange die Temperatur des atomaren Ensembles deutlich höher ist als die so genannte Rückstoßtemperatur, kann die Bewegung der Atome klassisch beschrieben werden. Man spricht dann von einer semiklassischen Betrachtungsweise, in der die atomare Schwerpunktsbewegung und die Lichtfelder klassisch und nur die inneren atomaren Freiheitsgrade quantenmechanisch behandelt werden. Bei fernverstimmtten Lichtfeldern nicht allzu hoher Intensität, in denen sich das Atom vorwiegend im elektronischen Grundzustand befindet, spielen Sättigungseffekte der inneren Freiheitsgrade keine Rolle. Außerdem läuft die innere Dynamik auf einer deutlich schnelleren Zeitskala ab als die äußere Dynamik bzw. Veränderungen des Lichtfeldes. Bis auf eine Korrektur bezüglich der Dämpfung des atomaren Dipolmomentes liefert in diesem Fall eine rein klassische Beschreibung Ergebnisse, die mit den anderen Betrachtungsweisen übereinstimmen. Da sie die in dieser Arbeit präsentierten Experimente in adäquater Weise beschreibt, bildet sie die Grundlage der theoretischen Beschreibung.

Kap. 2.1 stellt die Gleichungen zur Verfügung, denen die elastische Wechselwirkung zwischen monochromatischen Lichtfeldern und ultrakalten Atomen gehorcht. Einerseits basiert auf ihnen die Theorie der Dipolfallen, die in unseren Experimenten den räumlichen Einschluss der Atome beschreibt. Andererseits werden hier die Grundlagen zum Verständnis von Kap. 2.2 erarbeitet. Insbesondere wird die Frage erörtert, inwiefern in einem atomaren Ensemble kollektive Effekte auftreten, die dazu führen, dass einerseits die mittlere Kraft, die ein einzelnes Atom spürt, eine andere ist als die, die auf ein isoliertes Atom wirken würde, und andererseits das gestreute Lichtfeld nicht einfach die Summe der Streufelder der einzelnen Atome ist.

In Kap. 2.2 sind Lichtfeld und Atome zusätzlich von einem optischen Ringresonator umschlossen. Dieser bewirkt, dass die Rückwirkung der Atome auf das Lichtfeld nicht mehr vernachlässigbar gering ist, sondern entscheidende Bedeutung erhält. Die zeitliche Entwicklung von Lichtfeldern und atomarer Dynamik muss selbstkonsistent berechnet werden. Es ergibt sich eine komplexe Gesamtdynamik.

## 2.1 Atom-Lichtfeld-Wechselwirkung

Bei geringen atomaren Dichten spielen Stöße zwischen den Atomen keine Rolle, und die Atome wechselwirken ausschließlich mit dem Lichtfeld. Im so genannten Oszilla-

tormodell wird das Atom als polarisierbares Teilchen beschrieben, dessen in einem äußeren Feld  $\mathbf{E}$  induziertes Dipolmoment  $\mathbf{p}$  durch den linearen Zusammenhang

$$\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E} \quad (2.1)$$

gegeben ist. Die komplexe Polarisierbarkeit  $\alpha$  ist eine skalare Größe und lediglich von der Frequenz des treibenden Feldes abhängig. Die betrachteten Lichtfelder seien monochromatisch, so dass ihr elektrisches Feld in komplexer Notation

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) \mathbf{e} + c.c. \quad (2.2)$$

lautet, wobei  $\mathbf{e}$  den Einheitspolarisationsvektor darstellt. Die komplexe elektrische Feldamplitude kann durch die Intensität  $I$  und die Phase  $\psi$  ausgedrückt werden,

$$E(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{I(\mathbf{r})}{2\varepsilon_0 c}} \exp(-i\psi(\mathbf{r})) . \quad (2.3)$$

Die atomare Polarisierbarkeit  $\alpha$  lässt sich im Lorentz-Modell herleiten, in dem das elastisch an den Kern gebundene Elektron einen klassischen harmonischen Oszillator darstellt, dessen Eigenfrequenz  $\omega_0$  mit einer optischen Übergangsfrequenz des Atoms übereinstimmt. Damit wird angenommen, dass dieser atomare Übergang der einzige ist, der einen wesentlichen Beitrag zur Polarisierbarkeit liefert. Der harmonische Oszillator wird durch das elektrische Feld  $\mathbf{E}$  zu erzwungenen Schwingungen der Frequenz  $\omega$  angeregt. Unter der Voraussetzung, dass die Verstimmung zwischen treibendem Feld und atomarer Resonanz  $\Delta_a = \omega - \omega_0$  die Relation  $|\Delta_a| \ll \omega_0$  erfüllt, ergibt sich [Gri00]

$$\alpha = \frac{e^2}{4m_e \omega_0 \Gamma} \left( \frac{2\Delta_a \Gamma}{\Delta_a^2 + (\Gamma/2)^2} + i \frac{\Gamma^2}{\Delta_a^2 + (\Gamma/2)^2} \right) . \quad (2.4)$$

Dabei bezeichnet  $\Gamma$  die Dämpfungsrate des Oszillators. Sie berechnet sich klassisch aus der abgestrahlten Leistung des beschleunigt bewegten Elektrons der Ladung  $e$  und der Masse  $m_e$  zu [Gri00]

$$\Gamma_{\text{klass}}(\omega) = \frac{e^2 \omega^2}{6\pi \varepsilon_0 m_e c^3} . \quad (2.5)$$

Eingesetzt in den vorderen Ausdruck von (2.4) ergibt sich mit  $\omega \approx \omega_0$

$$\alpha = \frac{3\pi \varepsilon_0 c^3}{2\omega_0^3} \left( \frac{2\Delta_a \Gamma}{\Delta_a^2 + (\Gamma/2)^2} + i \frac{\Gamma^2}{\Delta_a^2 + (\Gamma/2)^2} \right) . \quad (2.6)$$

Für fernverstimmte Lichtfelder, für die außerdem  $\Gamma \ll |\Delta_a|$  gilt, vereinfacht sich

(2.6) zu

$$\alpha = \frac{3\pi\epsilon_0 c^3}{2\omega_0^3} \left( \frac{2\Gamma}{\Delta_a} + i \left( \frac{\Gamma}{\Delta_a} \right)^2 \right). \quad (2.7)$$

Aufgrund der festen Phasenbeziehung zwischen  $\mathbf{p}$  und  $\mathbf{E}$  sind das Primärlicht und das vom Atom abgestrahlte bzw. gestreute Licht kohärent zueinander.

Eine semiklassische Beschreibung, bei der das Atom als quantenmechanisches Zwei-Niveau-System betrachtet wird, liefert lediglich für die Dämpfung ein abweichendes Ergebnis. Sie ist hier durch die spontane Zerfallsrate [Gri00]

$$\Gamma = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} |\langle e | \mu | g \rangle|^2 \quad (2.8)$$

gegeben. Dabei bezeichnet  $\langle e | \mu | g \rangle$  das Dipolmatrixelement. Für viele atomare Übergänge, insbesondere auch die D-Linien von  $^{85}\text{Rb}$ , ist (2.5) dennoch eine gute Näherung, die mit dem tatsächlichen Wert aus (2.8) bis auf wenige Prozent übereinstimmt [Gri00]. Außerdem ist bei schwacher Sättigung die Streuung trotz semiklassischer Beschreibung weiterhin vorwiegend kohärent. Für das Intensitätsverhältnis zwischen inkohärentem und kohärentem Anteil gilt nämlich [Coh92]

$$I_{\text{inko}} = s I_{\text{ko}}, \quad (2.9)$$

wobei

$$s = \frac{1}{2} \frac{\Omega^2}{\Delta_a^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (2.10)$$

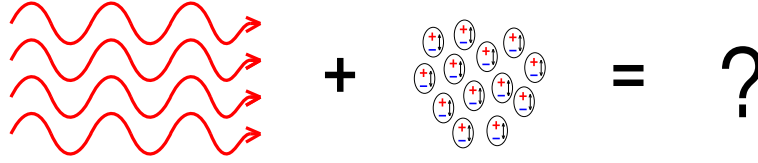
der Sättigungsparameter ist und die Rabifrequenz

$$\Omega = -\frac{2}{\hbar} \langle e | \mu | g \rangle E \quad (2.11)$$

eingeführt wurde<sup>1</sup>. Unter der Voraussetzung schwacher Sättigung lässt sich deshalb (2.6) auch in der semiklassischen Beschreibung verwenden.

Die Tatsache, dass sich das  $^{85}\text{Rb}$ -Atom in der Frequenzumgebung seiner D-Linien in sehr guter Näherung wie ein schwingender elektrischer Dipol verhält, bringt Konsequenzen sowohl für die elektrische Feldverteilung als auch für die Bewegung des Atoms mit sich. Denn einerseits stellt der schwingende Dipol eine Quelle elektromagnetischer Strahlung dar und modifiziert deshalb das ihn erregende Feld, und andererseits wirken auf ihn Lorentz- und Coulombkräfte. Beide Effekte werden in Kap. 2.1.1 bzw. Kap. 2.1.2 isoliert behandelt. Abschließend beschäftigt sich Kap. 2.1.3 mit der Frage, unter welchen Bedingungen eine isolierte Betrachtung falsche Ergebnisse liefert und stattdessen die Dynamik des Gesamtsystems selbstkonsistent gelöst werden muss. Wie in Abb. 2.1 dargestellt, sei das primäre Lichtfeld in sämtlichen Fällen durch eine ebene Welle gegeben.

<sup>1</sup>Der Faktor 2 ist eine Folge der komplexen Definition des elektrischen Feldes. Die reelle Feldamplitude beträgt  $2E$ .



**Abbildung 2.1:** Experimentelle Situation. Eine ebene Lichtwelle wechselwirkt mit einem atomaren Ensemble, wobei die einzelnen Atome als polarisierbare Teilchen beschrieben werden.

### 2.1.1 Auswirkungen auf das Lichtfeld

Die atomare Verteilung sei vorgegeben und werde insbesondere nicht durch die Wechselwirkung mit dem Lichtfeld beeinflusst. Die Atome seien identisch. Von der ebenen Welle getrieben stellt jedes einzelne von ihnen einen Hertzschen Dipol dar und emittiert dementsprechend kohärentes Licht. Dieser Prozess wird als kohärente Rayleigh-Streuung bezeichnet. Die kohärenten Wellenzüge interferieren sowohl mit dem anregenden Primärlicht als auch untereinander. Letzteres ist der Grund dafür, dass die resultierende Feldverteilung von der Anordnung der Atome abhängt.

Die atomare Verteilung sei völlig homogen. Unter dieser Bedingung tritt lediglich in Vorwärtsrichtung konstruktive Interferenz der emittierten Wellenzüge auf. Dasselbe Argument, mit dem sich die Minima bei der Beugung am Spalt herleiten lassen, nämlich dass es zu jedem Wellenzug einen zweiten gibt, der mit diesem destruktiv interferiert, findet auch hier Anwendung, um das Verschwinden der Streuamplitude in allen anderen Richtungen zu erklären [Boy92]. Dieses illustriert Abb. 2.2(a). Als Folge verschwindet auch die Strahlungsdämpfung  $\Gamma_{\text{klass}}$  des Hertzschen Dipols. Dass dieses nicht beobachtet wird, liegt an den Fluktuationen der atomaren Verteilung. Deren Berücksichtigung führt dazu, dass die von der atomaren Verteilung gestreute Intensität gerade das Produkt aus der Atomzahl  $N$  und der gestreuten Intensität eines isolierten Atoms  $I_a$  ist [Boy92],

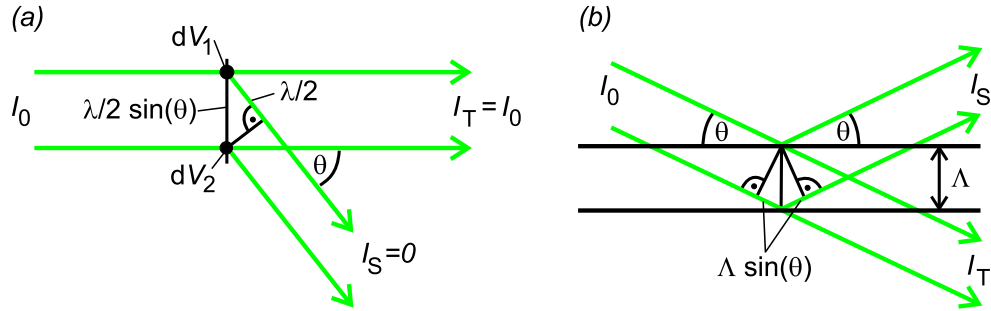
$$I = NI_a . \quad (2.12)$$

Im Mittel bleibt die an einem einzelnen Atom gestreute Intensität unbeeinflusst von der Anwesenheit der anderen Atome. In Vorwärtsrichtung resultiert aus der Interferenz mit dem Primärlicht eine Phasenverschiebung und eine Abschwächung des transmittierten Lichts. Diese als Dispersion und Absorption bezeichneten Effekte lassen sich durch einen komplexen Brechungsindex  $n$  beschreiben, der mit der atomaren Polarisierbarkeit über die Beziehung

$$n \approx 1 + \frac{1}{2\epsilon_0} n_a \alpha \quad (2.13)$$

zusammenhängt, wobei  $n_a$  die atomare Teilchenzahldichte bezeichnet.

Im Gegensatz zur homogenen Verteilung treten an einem atomaren Gitter, also einer periodischen Anordnung der Atome, kollektive Effekte auf. Sie führen dazu, dass ein



**Abbildung 2.2:** (a) Veranschaulichung des Verschwindens der Streuamplitude in einem homogenen Medium für  $\theta \neq 0$  [Boy92]. Das Volumenelement  $dV_1$  sei hinreichend klein, so dass die in ihm enthaltenen Atome in Phase schwingen. Es existiert stets ein Volumenelement  $dV_2$ , dessen Streuamplitude destruktiv mit der von  $dV_1$  interferiert. Aufgrund der Homogenität beinhalten beide Volumenelemente dieselbe Zahl an Atomen. Es kommt deshalb zu einer vollständigen Auslöschung. (b) Geometrische Skizze zur Herleitung der Bragg-Bedingung. Der Gangunterschied bei Reflexion unter dem Winkel  $\theta$  ist durch  $2\Lambda \sin(\theta)$  gegeben.

substantieller Anteil des Lichts in ausgewählte Richtungen gestreut wird. Diese kollektive kohärente Rayleigh-Streuung wird auch als Bragg-Streuung bezeichnet. Sei  $\Lambda$  der Abstand zwischen Ebenen hoher Teilchenzahldichte. Wie in Abb. 2.2(b) dargestellt, sind dann die Winkel  $\theta$ , unter denen konstruktive Interferenz der Wellenzüge zu beobachten ist, durch die Bragg-Bedingung

$$2\Lambda \sin \theta = n\lambda \quad (2.14)$$

gegeben. Die in diese Richtungen emittierte Intensität errechnet sich zu

$$I = N^2 I_a . \quad (2.15)$$

Für den speziellen Fall, dass  $\Lambda = \lambda/2$  gilt, tritt konstruktive Interferenz neben der Vorwärtsstreuung lediglich in Rückwärtsrichtung auf<sup>2</sup>.

Bewegt sich das atomare Gitter mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$ , so erfährt das gestreute Licht eine Frequenzverschiebung bezüglich des Primärlichts, deren Betrag durch die Dopplerverschiebung

$$\Delta\omega = \mathbf{q}\mathbf{v} \quad (2.16)$$

gegeben ist. Dabei bezeichnet  $\mathbf{q}$  die Differenz der beiden Wellenzahlvektoren  $\mathbf{k}_2$  und  $\mathbf{k}_1$ . Für das gestreute Lichtfeld gilt also

$$\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{q} , \quad (2.17a)$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \mathbf{q}\mathbf{v} . \quad (2.17b)$$

Wegen  $|\Delta\omega| \ll \omega_1, \omega_2$  gilt (2.14) auch für bewegte Gitter. Für den Spezialfall  $\Lambda =$

<sup>2</sup>Diese kohärente Rückstreuung ist nicht mit „coherent backscattering“ (CBS) zu verwechseln. CBS tritt in ungeordneten inhomogenen Medien auf und basiert auf Mehrfachstreuung [Lab99].

$\lambda/2$  folgt wegen  $\mathbf{q} \approx -2\mathbf{k}_1$

$$\mathbf{k}_2 = -\mathbf{k}_1, \quad (2.18a)$$

$$\omega_2 = \omega_1 - 2\mathbf{k}_1 \mathbf{v}. \quad (2.18b)$$

### 2.1.2 Auswirkungen auf die atomare Dynamik

Zuerst soll ein einzelnes isoliertes Atom betrachtet werden. Die Gesamtkraft des Lichtfeldes auf dessen induziertes Dipolmoment setzt sich zusammen aus der Lorentz- und der Coulombkraft. Nach Mittelung über eine Schwingungsperiode ergibt sich [Hem97]

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{dip}} + \mathbf{F}_{\text{rad}} = \frac{1}{2\varepsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) \nabla I + \frac{1}{\varepsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I \nabla \psi. \quad (2.19)$$

Der erste Summand wird als Dipolkraft bezeichnet, da er sich als Gradient des so genannten Dipolpotenzials schreiben lässt,

$$\mathbf{F}_{\text{dip}} = -\nabla U_{\text{dip}} \quad \text{mit} \quad U_{\text{dip}} = -\frac{1}{2} \langle \mathbf{p} \cdot \mathbf{E} \rangle = -\frac{1}{2\varepsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I. \quad (2.20)$$

Die spitzen Klammern stehen für die zeitliche Mittelung über eine Schwingungsperiode. Für eine ebene Welle mit räumlich konstanter Intensität verschwindet dieser Kraftanteil.

Der zweite Summand lässt sich als Strahlungsdruck identifizieren. Dieses ist besonders anschaulich im Photonenbild. Die Streurrate, d.h. die Rate, mit der das Atom bei einer gegebenen Intensität und Verstimmung spontan vom angeregten in den Grundzustand zerfällt, ist gegeben durch [Gri00]

$$\Gamma_{\text{sc}} = \frac{P_{\text{abs}}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar\varepsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I. \quad (2.21)$$

Dabei ist  $P_{\text{abs}} = \langle \dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E} \rangle$  die aus dem Lichtfeld absorbierte und als Dipolstrahlung reemittierte Leistung. Sie ist gemäß der Larmorschen Strahlungsformel proportional zu  $|\alpha|^2 \omega^4$ , kann aber in den in (2.21) verwendeten Ausdruck umgeformt werden [Jac75]. Für eine ebene Welle mit Wellenzahlvektor  $\mathbf{k}$  gilt  $\nabla \psi = \mathbf{k}$ . Es folgt nach Einsetzen in (2.19)

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = \hbar \mathbf{k} \Gamma_{\text{sc}}. \quad (2.22)$$

Der Photonenimpuls  $\hbar \mathbf{k}$  wird bei der Absorption des Photons übertragen. Die Emission erfolgt isotrop und ist deshalb im zeitlichen Mittel mit keinem Impulsübertrag verbunden.

Einsetzen von (2.7) in (2.20) und (2.21) ergibt

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\Delta_a} I(\mathbf{r}) , \quad (2.23)$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\Delta_a} \right)^2 I(\mathbf{r}) . \quad (2.24)$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt direkt der Zusammenhang

$$\hbar\Gamma_{\text{sc}} = \frac{\Gamma}{\Delta_a} U_{\text{dip}} . \quad (2.25)$$

Da sie in der Literatur zu finden sind, sei hier die Äquivalenz zweier weiterer Darstellungen für das Dipolpotenzial gezeigt. Unter Verwendung der rein klassischen Dämpfungsrate  $\Gamma_{\text{klass}}$  ergibt Einsetzen von (2.5) in (2.23) unter Berücksichtigung von  $I = 2\varepsilon_0 c E^2$

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Delta_a} \frac{e^2}{2m_e\omega_0} E^2(\mathbf{r}) . \quad (2.26)$$

Alternativ lässt sich das Dipolpotenzial im Rahmen der semiklassischen Beschreibung unter Verwendung von (2.8) und (2.11) schreiben als

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{\hbar}{4\Delta_a} \Omega^2(\mathbf{r}) . \quad (2.27)$$

Das  $^{85}\text{Rb}$ -Atom stellt kein reines Zwei-Niveau-System dar. Bei Verstimmungen in der Größenordnung der Feinstrukturaufspaltung des 5P-Niveaus muss sowohl die  $D_1$ - als auch die  $D_2$ -Linie berücksichtigt werden [Gri00]. Man vergleiche dazu das Termschema in Abb. 3.3. Statt (2.23) und (2.24) gilt dann [Gri00]

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma I(\mathbf{r})}{2\omega_0^3} \left( \frac{1}{\Delta_1} + \frac{2}{\Delta_2} \right) , \quad (2.28)$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma^2 I(\mathbf{r})}{2\hbar\omega_0^3} \left( \frac{1}{\Delta_1^2} + \frac{2}{\Delta_2^2} \right) . \quad (2.29)$$

Dabei bezeichnen  $\Delta_1$  und  $\Delta_2$  die Laserverstimmung bezüglich der  $D_1$ - bzw. der  $D_2$ -Linie.

Die bisherigen Rechnungen vernachlässigen, dass das Atom gemäß Kap. 2.1.1 abstrahlt und dadurch das Lichtfeld verändert. Solange diese Veränderungen gering sind, gelten die Ergebnisse auch für atomare Ensembles. In der in Abb. 2.1 dargestellten Anordnung erfahren die Atome dann lediglich einen Strahlungsdruck in Richtung der einfallenden ebenen Lichtwelle. Im Falle einer - abgesehen von Fluktuationen - homogenen atomaren Verteilung ist die Vernachlässigung des Streulichts eine gute Näherung, da die Streuintensität gemäß (2.12) lediglich linear mit der Atomzahl  $N$  skaliert. Außerdem geht aus (2.12) hervor, dass die Abstrahlung eines einzelnen Atoms identisch mit der eines isolierten Atoms ist. Damit gilt dasselbe

für die im Mittel auf ein einzelnes Atom wirkende Kraft. Im Mittel besitzt deshalb die Anwesenheit der anderen Atome keine Auswirkung auf die Kräfte, die auf ein einzelnes Atom wirken. Kollektive Effekte treten nicht auf.

Andere Verhältnisse liegen im Fall eines atomaren Gitters vor. Die Emission erfolgt nicht mehr isotrop, sondern bevorzugt in Richtungen, die die Bragg-Bedingung erfüllen. Damit ist mit der Emission eine zusätzliche Kraft verbunden. Gleichzeitig treten unter den Bragg-Winkeln gemäß (2.15) hohe Intensitäten auf, so dass die Vernachlässigung des Streulichts keine gute Näherung mehr darstellt. Es stellt sich die Frage, ob die Berücksichtigung des Streulichts gewährleistet, dass (2.19) auch in diesem Fall die im Mittel auf das einzelne Atom wirkende Kraft korrekt beschreibt.

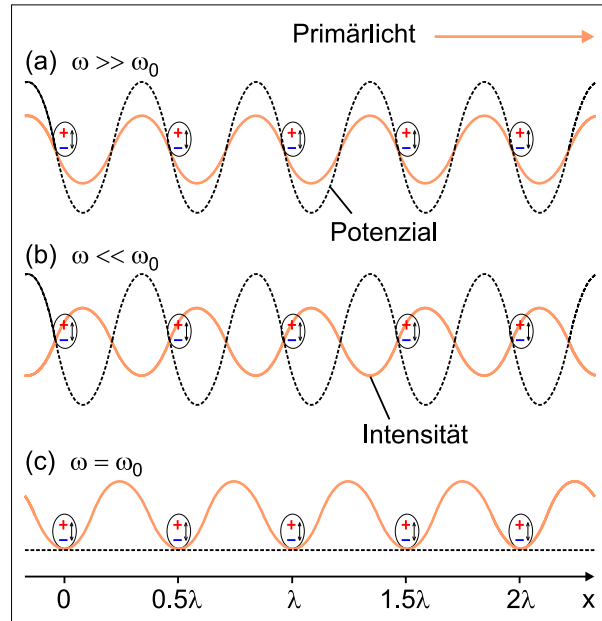
Die in der vorliegenden Arbeit in diesem Zusammenhang relevanten Lichtfelder sind fernverstimmt,  $|\Delta_a| \gg \Gamma$ . Gemäß (2.6) folgt  $\text{Im}(\alpha) \approx 0$ . Das Atom stellt ein dispersives Teilchen dar. Der Gitterabstand betrage  $\Lambda = \lambda/2$ , so dass Bragg-Streuung lediglich in Rückwärtsrichtung stattfindet und das Problem damit effektiv eindimensional ist. Als Folge der Impulserhaltung sollte mit der Rückstreuung eine erhöhte Kraft in Richtung des Primärlichts einhergehen. Die Interferenz zwischen Primär- und Streulicht erzeugt eine Stehwelle und damit eine räumliche Intensitätsmodulation. Wie in Abb. 2.3(a) und (b) dargestellt, sitzen die Atome unabhängig vom Vorzeichen der Verstimmung auf der fallenden Flanke des resultierenden Dipolpotenzials. Sie erfahren deshalb in der Tat eine zusätzliche Kraft in Richtung des Primärlichts, die sich verstehen lässt als Dipolkraft in einem selbstgenerierten Dipolpotenzial. Die Berücksichtigung des Streulichts führt dazu, dass im Falle von fernverstimmtten Lichtfeldern in (2.19) - zumindest qualitativ - auch die Kräfte enthalten sind, die in atomaren Gittern aus dem kollektiven Zusammenwirken der Atome resultieren<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup>Diese Aussage gilt nicht für resonante Lichtfelder,  $\Delta_a = 0$ . Aus (2.6) ergibt sich  $\text{Re}(\alpha) = 0$  und das Atom besitzt absorptiven Charakter. Wie bei dispersiven Teilchen findet Bragg-Streuung bei einem Gitterabstand von  $\Lambda = \lambda/2$  lediglich in Rückwärtsrichtung statt und dieses sollte mit einer erhöhten Kraft in Richtung des Primärlichts einhergehen. Aufgrund der Interferenz zwischen Primär- und Streulicht bildet sich auch hier eine Stehwelle und damit eine räumliche Intensitätsmodulation aus. Sie ist jedoch mit keiner Dipolkraft verbunden. Dieses folgt nicht nur aus der Abb. 2.3(c) zu entnehmenden relativen Position der Atome bezüglich der Stehwelle. Aufgrund von  $\text{Re}(\alpha) = 0$  ist gemäß (2.20) vielmehr trotz Stehwelle kein Dipolpotenzial vorhanden. Eine Analyse des Strahlungsdruckterms ergibt

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = \frac{1}{\varepsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) \mathbf{k}(I_1 - I_2), \quad (2.30)$$

wobei  $I_1$  die (verminderte) Intensität des Primärlichts und  $I_2$  die des rückgestreuten Lichts bezeichnet. Es ergibt sich die unphysikalische Aussage, dass die Rückstreuung eine Abnahme statt eine Zunahme der vorwärtsgerichteten Kraft mit sich bringt. Für atomare Gitter in resonanten Lichtfeldern ist die Beschreibung der Kraft durch (2.19) als Summe aus Dipolkraft und Strahlungsdruck unvollständig. Sie erfüllt nicht die Impulserhaltung. Es sei darauf hingewiesen, dass dieses Problem kein Artefakt der klassischen Beschreibung ist. In der semiklassischen Beschreibung ist zwar der inkohärente Anteil, der keine konstruktive Interferenz in Rückwärtsrichtung hervorbringt, für  $\Delta_a = 0$  gemäß (2.9) und (2.10) besonders hoch. Dennoch bleibt insbesondere bei geringen Intensitäten ein kohärenter Anteil bestehen. Die aus ihm resultierende rückwärts gerichtete Bragg-Streuung wird nach wie vor nicht korrekt beschrieben.



**Abbildung 2.3:** Relative Position von atomarem Gitter und selbsterzeugter Stehwelle. Für blauverstimmt (a), rotverstimmt (b) und resonant (c) Licht ist neben der räumlichen Modulation der Intensität auch das resultierende Dipolpotenzial eingezeichnet.

### 2.1.3 Selbstkonsistente Behandlung

Der letzte Abschnitt hat verdeutlicht, dass eine korrekte Berechnung der Kräfte, die auf ein atomares Ensemble wirken, im Prinzip verlangt, dass die Veränderung des Lichtfelds aufgrund der Streuung an den Atomen berücksichtigt wird. Unter dem Einfluss der Kräfte werden die Atome beschleunigt. Das Streufeld hängt jedoch von den Positionen und Geschwindigkeiten der einzelnen Atome ab. Deshalb erfordert eine exakte Beschreibung der zeitlichen Entwicklung des Gesamtsystems aus Lichtfeld und Atomen eine selbstkonsistente Lösung ihrer gekoppelten Dynamik.

Bereits seit den sechziger Jahren wird ein Effekt studiert, der sich nur mittels einer solchen selbstkonsistenten Beschreibung verstehen lässt. Es handelt sich dabei um einen speziellen Fall von Bragg-Streuung an in stark wechselwirkenden Medien propagierenden Dichtemodulationen, auch unter dem Namen Brillouin-Streuung bekannt [Boy92]. Auf ihr beruht die Akustooptik. Wird ein geeignetes Medium einer intensiven ebenen Lichtwelle ausgesetzt, so tritt unter bestimmten Bedingungen ein exponentieller Anstieg der rückgestreuten Intensität auf. Gleichzeitig baut sich ein Dichtegitter auf, das in Form einer Schallwelle durch das Medium propagiert. Dieser Effekt wird als stimulierte Brillouin-Streuung bezeichnet. Eine der möglichen Ursachen für die Entstehung des Dichtegitters ist Elektrostriktion. Sie basiert auf der Verschiebung der Atome aufgrund von Dipolkräften. Im Unterschied zu den in der vorliegenden Arbeit betrachteten kalten atomaren Ensembles können sich die Atome aufgrund der starken Wechselwirkung nicht frei bewegen. Während der Photonenimpuls im Fall freier Atome auf das einzelne streuende Atom übertragen

wird und dieses eine Geschwindigkeitserhöhung des streuenden Atoms zur Folge hat, wird er bei der Brillouin-Streuung in Form eines Phonons vom Medium als Ganzes absorbiert. Es steigt lediglich die Amplitude der Schallwelle an. Die starke Wechselwirkung ist für die stimulierte Brillouin-Streuung von entscheidender Bedeutung, gewährleistet sie doch, dass mit dem Streuprozess eine Verstärkung der Schallwelle und damit der Ursache des Streuprozesses einhergeht. Die Rückstreuung verstärkt sich selbst. Es stellt sich die Frage, ob sich dennoch unter geeigneten Bedingungen ein ähnlicher Effekt auch bei freien Atomen beobachten lässt.

In der in Abb. 2.1 dargestellten Anordnung bildet sich normalerweise eine im wesentlichen homogene atomare Verteilung aus. Korrekturen, die sich aus der Berücksichtigung des Streufeldes ergeben, sind deshalb vernachlässigbar gering. Atomare Gitter werden dagegen im allgemeinen von ausgeprägten Intensitätsgradienten verursacht und benötigen deshalb die Interferenz mehrerer primärer Lichtfelder. Die räumliche Verteilung der Atome wird von diesen Lichtfeldern bestimmt. Eine selbstkonsistente Behandlung ist daher bei typischen Experimenten mit kalten atomaren Ensembles unnötig.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich dagegen mit einem Experiment, in dem das primäre Lichtfeld durch eine laufende Welle gegeben ist, die in einem Ringresonator hoher Güte zirkuliert. Der Resonator bewirkt eine Überhöhung des Lichtfelds und insbesondere auch des rückwärtsgerichteten Streufelds. Es erlangt dadurch einen erheblichen Einfluss auf die atomare Dynamik. Eine selbstkonsistente Behandlung ist unabdingbar. Weil das Lichtfeld fernverstimmt ist und die Atome deshalb dispersiven Charakter besitzen, wird die Kraft durch (2.19) richtig beschrieben. Kap. 2.2 stellt den mathematischen Formalismus zur Verfügung.

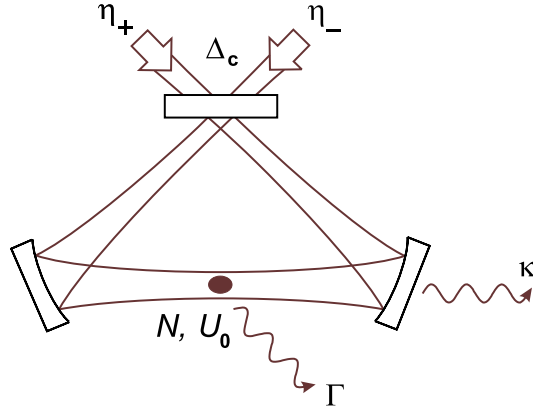
## 2.2 Theoretisches Modell

Die in dieser Arbeit verwendete mathematische Beschreibung des Experiments basiert auf der Notation von Gangl und Ritsch [Gan00b]. Deren Modell geht von nicht-stoßenden Atomen aus, die über ihr induziertes elektrisches Dipolmoment an die beiden gegensinnig umlaufenden Lichtmoden eines Ringresonators gekoppelt sind. Für die Lichtmoden werden ebene Wellen angenommen. In komplexer Schreibweise seien sie gegeben durch

$$E_{\pm}(x, t) = \epsilon \alpha_{\pm}(t) e^{i(\pm kx - \omega_p t)} + c.c. \quad (2.31)$$

Hierbei ist  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  die Wellenzahl und

$$\epsilon = \sqrt{\frac{\hbar \omega_p}{2\epsilon_0 V_{\text{mode}}}} \quad (2.32)$$



**Abbildung 2.4:** Theoretisches Modell der mit kalten Atomen beladenen Ringresonator-Dipolfalle.

das Feld pro Photon mit der Pumpfrequenz  $\omega_p$  und dem Modenvolumen  $V_{\text{mode}}$ , das für einen Ringresonator gegeben ist durch

$$V_{\text{mode}} = \frac{1}{2} \pi w^2 L . \quad (2.33)$$

Dabei bezeichnet  $L$  die Umlauflänge und  $w$  den Strahlradius. Durch die Skalierung auf  $\epsilon$  und die Abspaltung der schnell oszillierenden Zeitabhängigkeit des Pumplichtes und der Ortsabhängigkeit lassen sich die Lichtmoden mittels einer langsam variierenden komplexen Größe  $\alpha_{\pm}(t)$  beschreiben. Ihr Betragsquadrat gibt die mittlere Zahl an Photonen in der entsprechenden Mode an. Für die Leistung in den beiden Umlaufrichtungen gilt

$$P_{\pm} = \hbar \omega \Delta_{\text{FSR}} |\alpha_{\pm}|^2 . \quad (2.34)$$

Die Größe  $\Delta_{\text{FSR}} = c/L$  stellt den freien Spektralbereich (FSR) des Resonators dar. Das Modell ist in Abb. 2.4 schematisch dargestellt. Die beiden Lichtmoden  $\alpha_{\pm}$  werden von außen kontinuierlich mit den Raten  $\eta_{\pm}$  gepumpt. Die Lichtmoden zerfallen zum einen aufgrund von Resonatorverlusten, die durch die Zerfallsrate  $\kappa$  beschrieben werden, die über

$$\kappa = 1/\tau_E \quad (2.35)$$

mit der 1/e-Abklingdauer  $\tau_E$  des elektrischen Feldes zusammenhängt. Zum anderen zerfallen sie aufgrund der spontanen Emission der Atome, in der Abbildung dargestellt durch  $\Gamma$ . Die dispersive Wirkung der  $N$  Atome lässt sich durch die Größe  $U_0$  quantifizieren, die später näher erläutert wird.

Die das System charakterisierenden Gleichungen lassen sich rein klassisch herleiten [Hec98], d.h. sowohl die Atome als auch das Lichtfeld werden klassisch beschrieben, nämlich die Atome als  $N$  punktförmige linear polarisierbare Teilchen der Masse  $m$ , deren Positionen durch  $x_n$  gegeben sind, und das Lichtfeld durch die Maxwell-Gleichungen. Alternativ dazu ergeben sich dieselben Gleichungen auch aus einer semiklassischen Betrachtungsweise [Bon95a, Gan00b, Per02], bei der die

inneren Freiheitsgrade des Atoms quantenmechanisch beschrieben werden. Dabei wird vorausgesetzt, dass die innere atomare Dynamik auf einer Zeitskala abläuft, die deutlich schneller ist als die der äußeren Dynamik und die des Resonators. Unter dieser Voraussetzung lässt sich der angeregte Zustand adiabatisch eliminieren. Hier sei lediglich das Endresultat angegeben<sup>4</sup>,

$$\dot{\alpha}_{\pm} = -(\kappa + N\gamma_0 + iNU_0 - i\Delta_c)\alpha_{\pm} - (\gamma_0 + iU_0)\alpha_{\mp} \sum_{n=1}^N e^{\mp 2ikx_n} + \eta_{\pm}, \quad (2.36a)$$

$$m\ddot{x}_n = 2\hbar k\gamma_0(\alpha_+^*\alpha_+ - \alpha_-^*\alpha_-) + 2\hbar kiU_0(\alpha_+^*\alpha_-e^{-2ikx_n} - \alpha_+\alpha_-^*e^{2ikx_n}). \quad (2.36b)$$

In diesem System aus  $N + 2$  gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen beschreibt (2.36a) die zeitlichen Entwicklungen der komplexen Amplituden des Pumpfeldes  $\alpha_+$  bzw. des Probfeldes  $\alpha_-$ . Die komplexe Feldamplitude besitzt jeweils drei Quellterme. Der erste beinhaltet den Zerfall des vorhandenen Feldes aufgrund von Resonator- und atomaren Streuverlusten. Letztere sind gegeben durch  $\gamma_0$ , wobei  $2\gamma_0$  die Streurrate eines Atoms für den Fall ist, dass die Intensität im Resonator der Energie eines einzelnen Photons entspricht. Sie ist über die Beziehung

$$\gamma_0 = \frac{\Gamma}{2\Delta_a^2} g^2 \quad (2.37)$$

mit der die Kopplungsstärke zwischen Feld und Atom beschreibenden Größe  $g$  verknüpft. In der klassischen Beschreibungsweise gilt

$$g = \sqrt{\frac{e^2}{4\varepsilon_0 m_e V_{\text{mode}}}}. \quad (2.38)$$

Dieses wird deutlich, wenn man  $V_{\text{mode}}$  mittels (2.32) substituiert und mit (2.26) und (2.25) vergleicht. Dabei wird  $\omega_0 \approx \omega_p$  verwendet. In der semiklassischen Herleitung bezeichnet dagegen

$$g = -\frac{1}{\hbar} \langle e | \mu | g \rangle \epsilon \quad (2.39)$$

die halbe Ein-Photon-Rabifrequenz, vergleiche (2.11). Desweiteren beinhaltet der erste Quellterm die Auswirkung einer Verstimmung des Feldes relativ zum Resonator. Sie setzt sich zusammen aus der von außen vorgegebenen Verstimmung des Pumpers relativ zum leeren Resonator,  $\Delta_c = \omega_p - \omega_c$ , und der Resonanzverschiebung aufgrund des atomaren Brechungsindex. Die Wirkung der Atome findet durch die Ein-Photon-Lichtverschiebung  $U_0$  Berücksichtigung, für die gemäß (2.27)

$$U_0 = \frac{1}{\Delta_a} g^2 \quad (2.40)$$

gilt. Bei verschwindendem Stehwellenverhältnis ist  $U_0$  identisch mit der Resonanzverschiebung des Resonators aufgrund der Anwesenheit eines einzelnen Atoms. Die

<sup>4</sup>Diese Gleichungen sind identisch mit den Gleichungen 18 und 31 in [Gan00b].

Kopplung der beiden Felder durch die atomaren Dipolmomente ist durch den zweiten Quellterm gegeben. Sie beruht auf kollektiver kohärenter Rayleigh-Streuung bzw. Bragg-Streuung. Während der erste Quellterm unabhängig von der atomaren Verteilung ist, verschwindet der zweite für eine homogene Verteilung. Die Stärke der atomaren Ordnung und damit der Kopplung der beiden Felder lässt sich durch den Bündelungsparameter

$$b = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{2ikx_n} \right| \quad (2.41)$$

charakterisieren. Der dritte Term beinhaltet die Einkopplung von außen in den Resonator.

(2.36b) enthält die  $N$  Kraftgleichungen der einzelnen Atome. Die Kraft besteht aus zwei Anteilen, die sich als Strahlungsdruck und Dipolkraft identifizieren lassen.

In der vorliegenden Arbeit wird der Pumplaser auf den Ringresonator phasenstabilisiert. Damit ist  $\Delta_c$  kein freier Parameter. Vielmehr stellt sich  $\Delta_c$  stets so ein, dass das Pumplicht im Resonator resonant umläuft. Sobald das Lichtfeld einen Stehwellenanteil besitzt, ist der dazu notwendige Wert von  $\Delta_c$  nicht nur von der Zahl der Atome, sondern insbesondere auch von ihrer Position und von der Größe des Stehwellenanteils abhängig.

In ihrer bisherigen Form erlauben (2.36a) und (2.36b) keine einfache Implementierung der Phasenstabilisierung. Deshalb werden die Gleichungen umformuliert, und zwar mittels des Ansatzes

$$\alpha_{\pm} = \alpha_{1,2} \cdot e^{i\phi_{1,2}} \quad (2.42)$$

Entsprechend gelte

$$\eta_{\pm} = \eta_{1,2} \cdot e^{i\chi_{1,2}} \quad (2.43)$$

Es sei vorausgesetzt, dass beide Umlaufrichtungen von demselben Laser gepumpt werden. Unter Vernachlässigung von relativen Phasendriften, wie sie z.B durch akustische Schwingungen der optischen Elemente im Strahlengang zwischen der Strahlaufteilung und dem Resonator verursacht werden können, ist dann die Phasendifferenz der beiden einzukoppelnden Felder zeitlich konstant. Ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit sei sie gleich Null,  $\chi_1 = \chi_2$ . Aufgrund der Phasenstabilisierung des Pumplichtes sind die Phasen von  $\eta_+$  und  $\alpha_+$  identisch, weshalb für die Einkoppelraten gilt

$$\eta_{\pm} = \eta_{1,2} \cdot e^{i\phi_1} \quad (2.44)$$

Die Resonanzbedingung für das Pumplicht ist mathematisch gegeben durch

$$\dot{\phi}_1 = 0 \quad (2.45)$$

Nach Einführung der Differenzphase der beiden Felder

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \quad (2.46)$$

sowie der Relativphase zwischen der Position eines Atoms und der des nächstbe-

nachbarten Wellenbauchs (modulo  $2\pi$ )

$$\varphi_n = 2kx_n - \Delta\phi \quad (2.47)$$

ergeben sich aus (2.36a) bei getrennter Betrachtung von Real- und Imaginärteil die neuen reellen Gleichungen

$$\dot{\alpha}_1 = -(\kappa + N\gamma_0)\alpha_1 - \left( \gamma_0 \sum_{n=1}^N \cos(\varphi_n) + U_0 \sum_{n=1}^N \sin(\varphi_n) \right) \alpha_2 + \eta_1, \quad (2.48a)$$

$$0 = (\Delta_c - NU_0)\alpha_1 + \left( \gamma_0 \sum_{n=1}^N \sin(\varphi_n) - U_0 \sum_{n=1}^N \cos(\varphi_n) \right) \alpha_2, \quad (2.48b)$$

$$\dot{\alpha}_2 = -(\kappa + N\gamma_0)\alpha_2 - \left( \gamma_0 \sum_{n=1}^N \cos(\varphi_n) - U_0 \sum_{n=1}^N \sin(\varphi_n) \right) \alpha_1 + \eta_2 \cos(\Delta\phi), \quad (2.48c)$$

$$\dot{\phi}_2 = (\Delta_c - NU_0) - \left( \gamma_0 \sum_{n=1}^N \sin(\varphi_n) + U_0 \sum_{n=1}^N \cos(\varphi_n) \right) \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{\eta_2}{\alpha_2} \sin(\Delta\phi). \quad (2.48d)$$

Die Kraftgleichungen (2.36b) lauten jetzt

$$m\ddot{x}_n = 2\hbar k\gamma_0(\alpha_1^2 - \alpha_2^2) + 4\hbar kU_0\alpha_1\alpha_2 \sin(\varphi_n). \quad (2.48e)$$

Aus (2.48b) lässt sich  $\Delta_c$  bestimmen. Die  $N + 4$  Gleichungen (2.48) bilden ein vollständiges System zur Bestimmung der zeitlichen Entwicklungen von  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\phi_2$ ,  $\Delta_c$  und der Ortskoordinaten  $x_n$ . Auf ihnen basieren die Simulationen, die in dieser Arbeit präsentiert werden.

Das Gleichungssystem (2.48) lässt sich nicht analytisch lösen. Um dennoch analytische Aussagen machen zu können, werden insgesamt 5 Vereinfachungen vorgenommen. Die ersten vier lauten:

- Der Resonator wird nur einseitig gepumpt,  $\eta_2 = 0$ .
- Die Atome sind perfekt gebündelt, sitzen also alle am selben Ort (modulo  $\frac{\lambda}{2}$ ). Damit gibt es nur noch eine gemeinsame Ortskoordinate und damit Relativphase  $\varphi$  und die Summationen werden durch den Faktor  $N$  ersetzt.
- Spontane Emission sei vernachlässigbar,  $\gamma_0 = 0$ . Damit fällt insbesondere der Strahlungsdruck weg. Simulationen zeigen, dass diese Vereinfachung bei den in dieser Arbeit vorliegenden Verstimmungen bezüglich der atomaren Resonanz im Falle von gebündelten und nicht zu schnellen Atomen gerechtfertigt ist. Ausnahmen werden in Kap. 5.2.3 angesprochen.
- Die Feldamplituden, die atomare Geschwindigkeit und die Relativphase zwischen Atomen und Stehwelle sollen zeitlich konstant sein,  $\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_2 = \dot{x} = \dot{\varphi} = 0$ . Diese so genannten Gleichgewichtslösungen schließen jegliche Relativedynamik zwischen Atomen und Wellenbauch aus. Die Differenzfrequenz zwischen den beiden Moden ist dann identisch mit der Dopplerverschiebung, denn aus (2.47)

folgt  $\dot{\Delta}\phi = 2k\dot{x}$ .

Mit diesen Vereinfachungen lautet das Gleichungssystem (2.48)

$$0 = -\kappa\alpha_1 - NU_0 \sin(\varphi)\alpha_2 + \eta_1 , \quad (2.49a)$$

$$0 = (\Delta_c - NU_0)\alpha_1 - NU_0 \cos(\varphi)\alpha_2 , \quad (2.49b)$$

$$0 = -\kappa\alpha_2 + NU_0 \sin(\varphi)\alpha_1 , \quad (2.49c)$$

$$2k\dot{x} = (\Delta_c - NU_0) - NU_0 \cos(\varphi) \frac{\alpha_1}{\alpha_2} , \quad (2.49d)$$

$$m\ddot{x} = 4\hbar k U_0 \alpha_1 \alpha_2 \sin(\varphi) . \quad (2.49e)$$

Zur besseren Lesbarkeit sei  $R := \frac{NU_0}{\kappa}$ . Aus (2.49a) und (2.49c) folgt

$$\alpha_1 = \frac{\eta}{\kappa (1 + (R \sin(\varphi))^2)} , \quad (2.50)$$

$$\alpha_2 = R \sin(\varphi) \alpha_1 . \quad (2.51)$$

Einsetzen dieser Gleichungen in (2.49d) ergibt unter Berücksichtigung von (2.49b)

$$2k\dot{x} = -\kappa \cot(\varphi) (1 - (R \sin(\varphi))^2) . \quad (2.52)$$

Für eine beliebige atomare Geschwindigkeit lässt sich mittels dieser Gleichung  $\varphi$  bestimmen und daraus  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  und  $\Delta_c$ . Da sie sich jedoch nicht analytisch nach  $\varphi$  auflösen lässt, wird eine fünfte Vereinfachung benötigt:

- Die Amplitude des rückgestreuten Feldes soll deutlich kleiner sein als die des gepumpten,  $\alpha_2 \ll \alpha_1$ . In den in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Experimenten ist dieses bei einseitigem Pumpen aufgrund der moderaten Kopplung stets erfüllt.

Wegen (2.51) folgt damit aus (2.52)

$$\varphi = \operatorname{arccot} \left( -\frac{2k\dot{x}}{\kappa} \right) . \quad (2.53)$$

Für die Feldamplituden ergibt sich

$$\alpha_1 = \frac{\eta}{\kappa} , \quad (2.54)$$

$$\alpha_2 = \frac{\eta}{\kappa} \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{2k\dot{x}}{\kappa}\right)^2}} . \quad (2.55)$$

Gemäß (2.54) beinhaltet die fünfte Vereinfachung die Näherung einer konstanten Pumpstrahlintensität. Für den Kontrast  $\sigma$  des Schwebungssignals gilt

$$\sigma \propto \alpha_1 \alpha_2 = \frac{\eta^2}{\kappa^2} \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{2k\dot{x}}{\kappa}\right)^2}} . \quad (2.56)$$

Wenn die Differenzfrequenz die Linienbreite des Resonators überschreitet, bricht das Signal zusammen. Für hohe Differenzfrequenzen ist der Kontrast proportional  $\dot{x}^{-1}$ . Der Zusammenbruch ist also moderat. Für die Dipolkraft folgt aus (2.49e)

$$m\ddot{x} = \frac{4\hbar k \eta^2}{N\kappa} \frac{R^2}{1 + \left(\frac{2k\dot{x}}{\kappa}\right)^2}. \quad (2.57)$$

Sie ist für kleine Geschwindigkeiten  $\dot{x}$  konstant und für große proportional  $\dot{x}^{-2}$ . Die Diskrepanz zwischen den Abhängigkeiten des Stehwellenkontrastes und der Dipolkraft ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass mit zunehmender Geschwindigkeit die Atome von der Mitte der Fallenflanke in Richtung Potenzialminimum rutschen. Die Phase der Stehwelle ist zwar bezüglich ihrer Erzeugung starr an das Atom gekoppelt, aufgrund der langen Verweildauer des Lichts im Resonator kann sie jedoch bei zu hohen Geschwindigkeiten der atomaren Bewegung nicht folgen. Im Photonenbild lässt sich die  $\dot{x}^{-2}$ -Abhängigkeit der Kraft unter Berücksichtigung von (2.55) aus der Impulserhaltung ableiten. Ihr zufolge ist die Kraft proportional zur Rate an Bragg-Streuprozessen und damit auch zur Zahl der Photonen des Probstrahls  $\alpha_2^2$ .

Wegen  $m\ddot{x} \neq 0$  gibt es offensichtlich kein Gleichgewicht. Die Annahme einer konstanten Geschwindigkeit ist lediglich für kleine Beschleunigungen gerechtfertigt, für die die Felder in der Lage sind, stets ihren der momentanen Geschwindigkeit entsprechenden Gleichgewichtszustand anzunehmen.

Die Lösung der Differentialgleichung (2.57) lautet

$$(2k\dot{x})^3 + 3\kappa^2(2k\dot{x}) = \frac{24\hbar k^2 \eta^2 N U_0^2}{m\kappa} t. \quad (2.58)$$

Für kleine Geschwindigkeiten  $\dot{x}$  dominiert der hintere Term und die Geschwindigkeit wächst linear in der Zeit, und für große Geschwindigkeiten dominiert der vordere und der Anstieg ist proportional zu  $\sqrt[3]{t}$ . Einsetzen in (2.55) ergibt für hinreichend große Geschwindigkeiten

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{m\eta N^2 U_0}{3\hbar k^2 \kappa^2 t}}. \quad (2.59)$$

# 3 Experimenteller Aufbau

Der gesamte Aufbau findet auf einem optischen Tisch Platz. Er lässt sich grob in zwei Teilbereiche untergliedern. Dieses ist zum einen die magnetooptische Falle, zu der auch die gesamte Vakuumapparatur zählt und die die kalten Atome zur Verfügung stellt, und zum anderen die Resonatordipolfalle. Neben dem Kernstück der Apparatur, nämlich dem Hochfinesse-Ringresonator, umfasst sie auch das ihn mit Licht versorgende Titan-Saphir-Lasersystem. Außerdem enthält der Aufbau im wesentlichen drei Detektionssysteme. Jeder dieser Teilbereiche wird in den Kap. 3.1 bis 3.3 ausführlich beschrieben. Abschließend befasst sich Kap. 3.4 mit der elektronischen Steuerung des Experiments.

## 3.1 Magnetooptische Falle

Seit ihrer ersten erfolgreichen Realisierung im Jahr 1987 [Raa87] stellt die magnetooptische Falle (MOT) das unverzichtbare Standardinstrument für die Erzeugung ultrakalter Atomwolken dar. Ihr Funktionsprinzip [Pri86, Raa87, Ada97] beruht auf der sowohl geschwindigkeits- als auch ortsselektiven Absorption von Photonen, die es ermöglicht, mittels des Strahlungsdrucks die Atome gleichzeitig zu kühlen und in einem kleinen Raumbereich zu sammeln. Einsetzen von (2.27) in (2.25) und anschließendes Einsetzen in (2.22) ergibt für eine fernverstimmte ebene Lichtwelle

$$\mathbf{F}_{\text{rad}}(\mathbf{r}) = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{4\Delta_a^2} \Omega^2(\mathbf{r}) . \quad (3.1)$$

Für den Betrieb einer MOT sind  $\Delta_a$  und  $\Gamma$  von vergleichbarer Größe. Deshalb gilt die Näherung für fernverstimmte Lichtfelder nicht und statt (3.1) lautet die entsprechende Gleichung [Ada97]

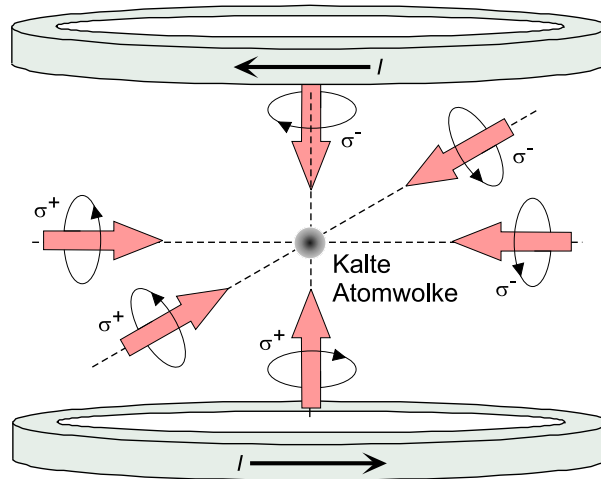
$$\mathbf{F}_{\text{rad}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{4\Delta_a^2(\mathbf{r}, \mathbf{v}) + 2\Omega^2(\mathbf{r}) + \Gamma^2} \Omega^2(\mathbf{r}) . \quad (3.2)$$

Die effektive Verstimmung

$$\Delta_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \Delta_{\text{mot}} - \mathbf{k}\mathbf{v} - \frac{\boldsymbol{\mu}\mathbf{B}(\mathbf{r})}{\hbar} \quad (3.3)$$

ist aufgrund der Dopplerverschiebung geschwindigkeitsabhängig. Eine Ortsabhängigkeit liefert bei Anlegen eines inhomogenen Magnetfeldes  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  dessen Kopplung an das magnetische Moment des Atoms  $\boldsymbol{\mu}$ . Eine stabile Falle erfordert eine allseitig

auf das Fallenzentrum gerichtete Kraft. Wie in Abb. 3.1 dargestellt, erzeugt zu ihrer Realisierung ein Spulenpaar in Anti-Helmholtz-Konfiguration ein sphärisches magnetisches Quadrupolfeld am Kreuzungspunkt dreier rechtwinklig zueinander angeordneter rotverstimmter Strahlenpaare in  $\sigma^+$ - $\sigma^-$ -Konfiguration.



**Abbildung 3.1:** Schematischer Aufbau einer MOT.

Die Verstimmungen der Lichtfeldfrequenzen bezüglich der atomaren Übergangsfrequenzen müssen bis auf wenige MHz vorgegebene Werte einhalten. Dieses erfordert den Einsatz schmalbandiger Laserquellen. Weiterhin muss das Atom auch nach vielen Absorptionsprozessen in einen Zustand zurückkehren, in dem es absorptionsfähig bleibt, denn der Kühlprozess ist auf die Absorption einer großen Anzahl von Photonen angewiesen. Deshalb können in einer MOT nur Atome mit einem so genannten geschlossenen Übergang gekühlt und gefangen werden. Das in dieser Arbeit verwendete  $^{85}\text{Rb}$  besitzt einen solchen geschlossenen Übergang. Außerdem weist es aufgrund seiner relativ großen Masse bei Raumtemperatur eine geringe mittlere Geschwindigkeit auf. Es lässt sich deshalb gut aus einem thermischen Gas laden. Auf aufwendige Apparaturen zur Bereitstellung vorgekühlter Atome, wie Zeeman-Abbremsler [Phi82, Pro85] oder 2D-MOT [Die98], kann daher verzichtet werden.

Die technische Realisierung einer MOT erfordert neben schmalbandigen Lasern und einer Quelle geeigneter Atome ein UHV-taugliche Vakuumapparatur, da Stöße mit Restgasatomen Fallenverluste verursachen. Die einzelnen Bestandteile des MOT-Aufbaus werden im Folgenden näher beschrieben.

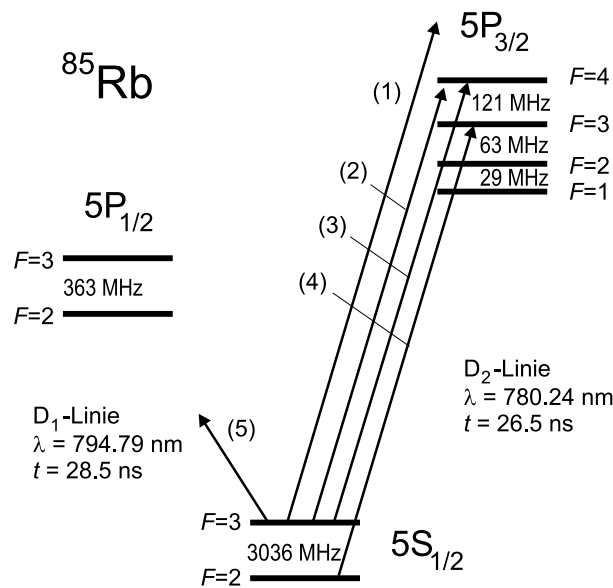
### 3.1.1 Diodenlasersystem

Der optische Aufbau, der die verschiedenen für den Betrieb der MOT und den Nachweis der kalten Atome benötigten Laserfrequenzen zur Verfügung stellt, ist in Abb. 3.2 dargestellt. Er umfasst neben den Laserquellen auch deren Frequenzstabilisierungen und Werkzeuge zur Überwachung ihrer Funktion.



## Laserquellen

Das Termschema von  $^{85}\text{Rb}$  ist in Abb. 3.3 zu sehen. Der für das Betreiben einer MOT notwendige geschlossene optische Übergang ist der ( $F=3 \rightarrow F'=4$ )-Übergang der  $D_2$ -Linie. Da einige Atome nichtresonant in den ( $F'=3$ )-Zustand des  $5P_{3/2}$ -Niveaus angeregt werden und von dort in den ( $F=2$ )-Grundzustand zerfallen, ist neben dem Kühllaser ein Rückpumplaser erforderlich, der diese Atome wieder in den ( $F=3$ )-Grundzustand transferiert. Schließlich dient ein dritter Laser, der Abbildungslaser, zum Nachweis der Atome mittels Absorptionsabbildung. Die ungefähren Frequenzen der drei Laser sind aus Abb. 3.3 ersichtlich.



**Abbildung 3.3:** Termschema von  $^{85}\text{Rb}$ . Die Pfeile kennzeichnen die Frequenzen der verschiedenen Laser. Diese sind im Einzelnen der RIR-Laser (1), der Kühllaser (2), der Abbildungslaser (3), der Rückpumplaser (4) und der Titan-Saphir-Laser (5).

Die Zentralwellenlänge der  $D_2$ -Linie von  $^{85}\text{Rb}$  bei 780.24 nm ermöglicht den Einsatz preiswerter und einfach zu handhabender Diodenlaser. Die erforderliche Schmalbandigkeit und Durchstimmbarkeit werden durch eine Gitterstabilisierung in Littrow-Anordnung [Ric95] gewährleistet. Damit lässt sich die Frequenz mittels eines Piezomodensprungfrei über bis zu 3 GHz durchstimmen. Die verwendeten Laserdioden (Hitachi HL7851G) besitzen eine Leistung von 50 mW, die jedoch aufgrund der Gitterstabilisierung nur zu ungefähr 50% als Ausgangsleistung des Diodenlasers zur Verfügung steht. Um sie zu erhöhen dient der Kühllaser als Masterlaser für einen injizierten, nicht gitterstabilisierten Slavelaser, der mit einer speziellen Laserdiode (Sanyo DL7140-001) eine Ausgangsleistung von bis zu 70 mW liefert. Zur Injizierung werden 0.2 mW der Leistung des Masterlasers an einem polarisierenden Strahlteilerwürfel ausgekoppelt und durch den seitlichen Eingang eines optischen Faraday-Isolators dem Licht des Slavelasers überlagert [Rud02].

Sämtliche Laserdioden werden mit Stromtreibern der Firma TUI-Optics<sup>1</sup> (DCC100) betrieben. Zum Zwecke der Temperaturstabilisierung erfassen Messwiderstände (Pt10000) die Temperatur. Temperaturregler der Firma Prolan-Mat, bestehend aus einem PID-Regler (1600235) und einem Verstärker (1600234), generieren daraus ein Signal, welches über ein Peltierelement die Temperatur des Diodenlasers konstant hält.

Um optische Rückkopplungen zu vermeiden und ein rundes Strahlprofil zu erzeugen ist jeder Laser mit einem optischen Faraday-Isolator (LINOS, DLI 1) und mit einem anamorphen Prismenpaar versehen.

### Frequenzstabilisierungen

Stabilisierungen der Laserfrequenz auf einen Absolutwert basieren im Allgemeinen auf der Kopplung an einen atomaren Übergang. Dazu wird mit speziellen Verfahren der Absorptionsspektroskopie ein elektronisches Signal erzeugt, welches im Bereich der gewünschten Frequenz eine mit zunehmender Frequenz monoton fallende oder steigende Flanke besitzt und damit als Maß für die Abweichung vom Frequenzsollwert dienen kann. Für die Wahl der geeigneten Spektroskopiemethode sind neben dem technischen Aufwand und der Bedienbarkeit die jeweiligen Anforderungen hinsichtlich Störanfälligkeit, Driftstabilität und Verstimmbarkeit, d.h. Breite der Regelflanke, zu berücksichtigen.

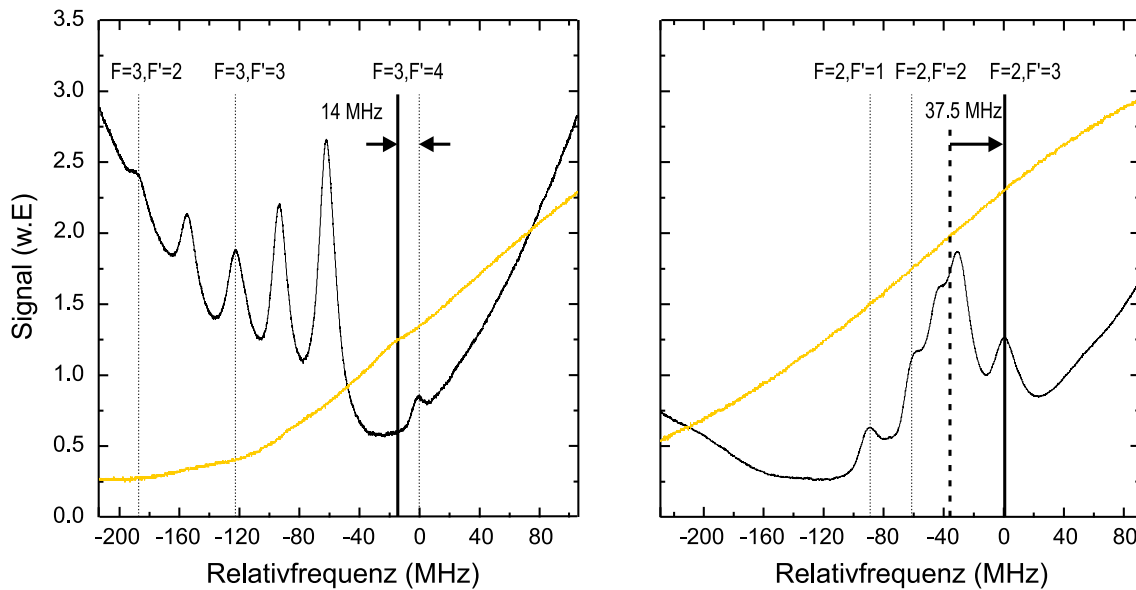
Sowohl Rückpumpplaser als auch Kühllaser werden mittels des „Dichroic Atomic Vapor Laser Locks“ (DAVLL) [Cor98, Rud02] stabilisiert. Der zugehörige optische Aufbau lässt sich Abb. 3.2 entnehmen. An einem polarisierenden Strahlteilerwürfel werden jeweils ca. 0.5 mW zur Spektroskopie abgezweigt, nachpolarisiert und durch eine Rubidium-Zelle gelenkt. Das linear polarisierte Licht stellt eine Superposition aus  $\sigma^+$ - und  $\sigma^-$ -Licht dar. Durch Anlegen eines in Richtung des Laserstrahls weisenden homogenen Magnetfeldes erfolgt die Absorption dieser beiden Lichtanteile aufgrund der Zeeman-Verschiebung der beteiligten atomaren Niveaus bei verschiedenen Frequenzen. Die Lichtanteile werden anschließend voneinander getrennt auf den beiden Eingängen einer Differenzfotodiode nachgewiesen. Durch geeignete Wahl der Magnetfeldstärke (ca. 100 G) lässt sich eine Regelflanke gewinnen, die annähernd die Breite der dopplerverbreiterten Übergangslinie besitzt. Das gewonnene Signal ist in Abb. 3.4 sowohl für den Kühllaser als auch für den Rückpumpplaser wiedergegeben.

Die Verwendung des DAVLLs bietet aufgrund seiner breiten Regelflanke den Vorteil einer sehr robusten Stabilisierung und die insbesondere für den Kühllaser wesentliche Möglichkeit, die Frequenz elektronisch innerhalb eines Intervalls von  $\pm 150$  MHz zu verstimmen. Nachteilig sind dagegen die relativ großen Frequenzdriften im Bereich einiger MHz, die diese Methode mit sich bringt. Besonders für den Abbildungslaser sind diese nicht tolerabel, weshalb hier das DAVLL durch eine Stabilisierung mittels Frequenzmodulationsspektroskopie (FM-Lock) [Pou46, Bjo83, Dre83] ersetzt wurde.

Der optische Aufbau des FM-Locks ist identisch mit dem einer Sättigungsspektro-

---

<sup>1</sup>inzwischen Toptica



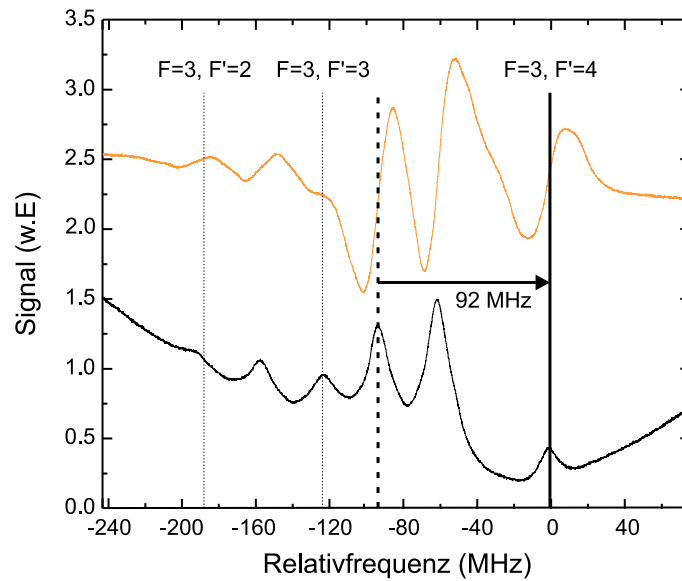
**Abbildung 3.4:** DAVLL-Spektren (hell) des Kühllasers (links) und des Rückpumplers (rechts). Außerdem sind die Sättigungsspektren eingezeichnet (dunkel). Während der Kühllaser direkt auf seine Sollfrequenz stabilisiert wird, schiebt im Falle des Rückpumplers ein AOM die Laserfrequenz um 37,5 MHz in Resonanz mit dem ( $F=2 \rightarrow F'=3$ )-Übergang der  $D_2$ -Linie.

skopie [Dem95] und ebenfalls aus Abb. 3.2 ersichtlich. Dazu werden 0,3 mW an einem polarisierenden Strahlteilerwürfel in die Spektroskopie abgezweigt, durchlaufen eine Rubidiumzelle, werden in sich zurückreflektiert und schließlich auf einer schnellen Fotodiode (Hamamatsu S6468-10) nachgewiesen. Im Gegensatz zur gewöhnlichen Sättigungsspektroskopie wird der Laserstrom mit 20 MHz moduliert. Dieses hat eine Phasenmodulation des emittierten Lichts zur Folge. Nach Entmischen des detektierten Signals mit der Modulationsfrequenz ergibt sich - bei richtiger Einstellung der relativen Phase - ein dispersives Signal. Es ist in Abb. 3.5 wiedergegeben. Insbesondere die „Cross-Over“-Resonanzen eignen sich wegen ihrer ausgeprägten Flanken zur Stabilisierung. Der Stabilisierungspunkt ist in Abb. 3.5 eingezeichnet. Die Frequenz wird im weiteren Strahlverlauf durch einen AOM um 92 MHz auf die Frequenz des ( $F=3 \rightarrow F'=4$ )-Überganges verschoben.

Das Fotodiodensignal wird in allen drei Fällen auf eine so genannte Lock-Box gegeben, die mittels eines PI-Reglers ein Regelsignal für den Piezo der Gitterstabilisierung generiert.

### Überwachung der Laserfunktion

Für die Einstellung der Laserfrequenzen auf ihre Sollwerte ist eine hochauflösendere Spektroskopie-Methode als die des DAVLLs erforderlich. Auch das Signal des FM-Locks liefert keine hinreichende Information über die Position der gewünschten Laserfrequenz. Aus diesem Grund werden von jedem der drei Laser 0,1 mW mittels



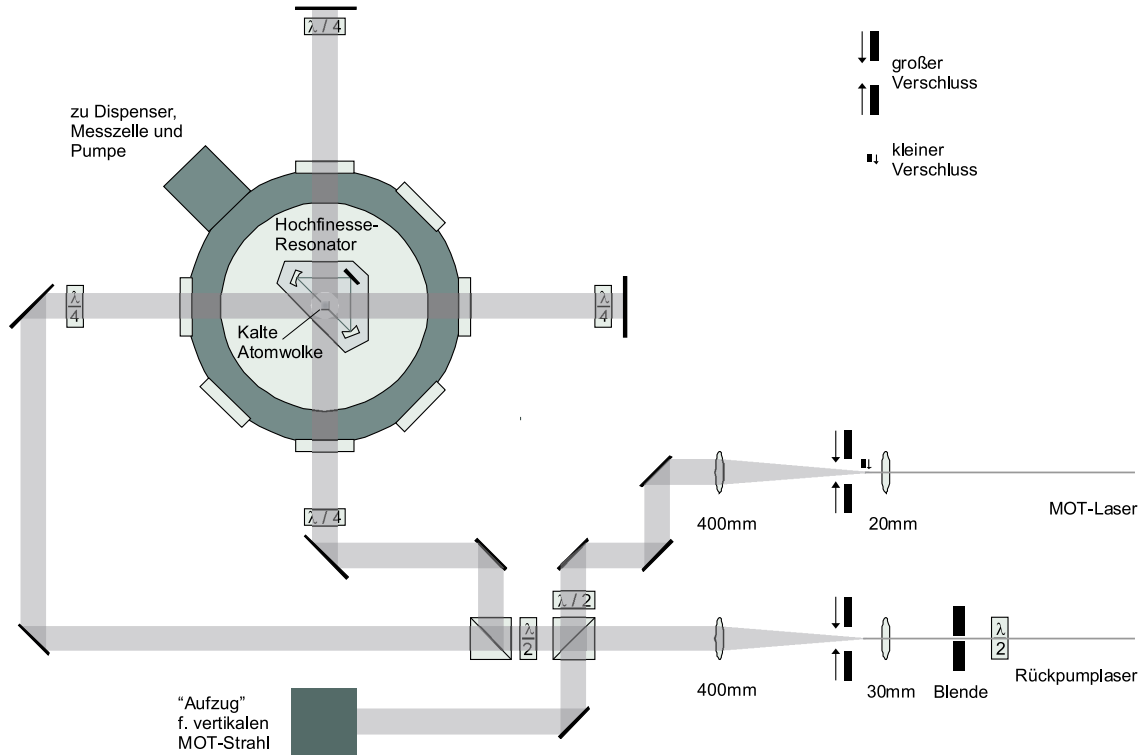
**Abbildung 3.5:** FM-Spektrum des Abbildungslasers (hell). Zusätzlich abgebildet ist das Sättigungsspektrum (dunkel). Die Stabilisierung erfolgt auf die Flanke einer Cross-Over-Resonanz. Anschließend schiebt ein AOM die Laserfrequenz um 92 MHz in Resonanz mit dem ( $F=3 \rightarrow F'=4$ )-Übergang der  $D_2$ -Linie.

eines dicken Glasplättchens abgezweigt, exakt überlagert und in eine gemeinsame Sättigungsspektroskopie [Dem95] eingekoppelt. Der Aufbau dazu geht aus Abb. 3.2 hervor. Durch Ausblenden der jeweils anderen Strahlen lässt sich damit während des Einstellens für jeden der Laser ein Sättigungsspektrum erzeugen. Es ist in Abb. 3.4 und Abb. 3.5 mit eingezeichnet.

Für die Kontrolle einer ordnungsgemäßen Funktionsweise während der Experimentierphasen befindet sich hinter dem Glasplättchen, welches den Teststrahl der Spektroskopie liefert, eine Avalanche-Fotodiode, mit deren Hilfe die Schwebungsfrequenz zwischen Abbildungslaser und Kühllaser auf einem Spektrumanalysator (Hameg Instruments, HM5012) angezeigt wird. Aufgrund der Driftstabilität des Abbildungslasers lassen sich auftretende Driften dem Kühllaser zuordnen und leicht mit der Lock-Box korrigieren. Schließlich werden sämtliche Laser, einschließlich des Slavelasers, zur Kontrolle ihrer relativen Frequenzen und ihres Ein-Moden-Betriebs in ein Etalon eingekoppelt.

### 3.1.2 Optischer Aufbau der MOT

In Abb. 3.6 ist der Strahlengang der MOT dargestellt. Der optische Zugang für die MOT-Strahlen und damit der maximal mögliche Empfangsbereich der MOT ist durch die Geometrie des Ringresonators auf einen Durchmesser von 20 mm begrenzt. Für eine maximale Ladeeffizienz der MOT sollte die Kühllaserintensität auch an den Rändern des Empfangsbereichs noch einen möglichst hohen Wert besitzen. Deshalb werden Kühl- und Rückpumplaser mittels zweier Teleskope auf einen  $1/e^2$ -



**Abbildung 3.6:** Strahlverlauf der MOT. Der vertikale Strahl ist nur bis zum Aufzug eingezeichnet. Die schematische Darstellung des Hochfinesse-Resonators verdeutlicht seine Position relativ zur kalten Atomwolke.

Strahldurchmesser von 40 mm aufgeweitet. Der Leistungsverlust an den hinteren Teleskoplinsen (Ein-Zoll-Optik) beträgt dadurch nahezu 50%, so dass für den Kühl-laser weniger als 35 mW zur Verfügung stehen. Die beiden Laser werden anschließend an einem polarisierenden Strahlteilerwürfel überlagert und auf die drei senkrecht zueinander orientierten Richtungen aufgeteilt. Aufgrund der unterschiedlichen Magnetfeldgradienten erhält die vertikale Richtung das Doppelte an Leistung wie die beiden horizontalen. Die MOT besitzt Dreistrahlkonfiguration, d.h. die nach dem Durchgang durch ein  $\lambda/4$ -Plättchen zirkular polarisierten Strahlen werden in sich zurückreflektiert, wobei sie doppelt ein weiteres  $\lambda/4$ -Plättchen durchlaufen und dabei ihre zirkulare Polarisation das Vorzeichen wechselt.

Das Ein- und Ausschalten des Rückpumplasers erfolgt mittels eines akustooptischen Modulators (AOM), dessen Schließzeit 100 ns beträgt und der eine sehr gute Reproduzierbarkeit bei vernachlässigbarer Verzögerung aufweist. Zum Schalten des Kühl-lasers befindet sich im Fokus seines Teleskops ein kleiner mechanischer Verschluss, der aus einem Relais (NAIS DS2E-M-DC12V) mit angelöteter Metallzunge [Rud02] besteht. Bei starker Fokussierung und optimaler Justage lassen sich mit diesem Schließzeiten von 20  $\mu\text{s}$  erreichen. Das Öffnen benötigt etwa die doppelte Zeit. Die Reproduzierbarkeit des Schließzeitpunktes liegt bei  $\pm 30 \mu\text{s}$ , wobei die Verzögerung zwischen dem elektronischen Signal und dem tatsächlichen Schließen aufgrund von Erwärmungsprozessen von der Schaltsequenz abhängt. Deshalb ist die exakte Ein-

stellung der Schaltzeitpunkte vom jeweiligen Experimentierzyklus abhängig. Dasselbe gilt auch für die großen Irisblendenverschlüsse, die sich, um verbleibendes Streulicht abzuschirmen, im ausgeschalteten Zustand zusätzlich schließen [Rud02]. Sie besitzen Schließzeiten von ca. 500  $\mu\text{s}$  bei einer Reproduzierbarkeit von  $\pm 1$  ms. Beide Verschlussarten werden von einer Schaltelektronik angesteuert, die ein TTL-Signal in eine 24 V-Spannung umwandelt.

Der Einsatz des AOMs (HB-Laser, umgebaut) ermöglicht neben dem schnellen Schalten eine elektronische Steuerung der Intensität des Rückpumpasers. Die nullte Beugungsordnung wird ausgeblendet.

### 3.1.3 Vakuumapparatur

Der Rezipient besitzt acht symmetrisch angeordnete seitliche CF40-Flansche und zentral positioniert unten einen weiteren CF40-Flansch und oben einen CF100-Flansch. Wie in Abb. 3.6 angedeutet, sind außer den beiden vertikalen auch sieben der seitlichen Flansche mit antireflexbeschichteten Fenstern versehen. Der achte Flansch führt zu einer Vakuum-Messröhre (Leybold, ITR100), einer Ionengerterpumpe (VTS, PID25) mit einer Saugleistung von 25 l/s und einem Ganzmetallventil, über das während des Abpumpens der Kammer ein Pumpstand angeschlossen wird. Der mit diesem Aufbau erzielte Basisdruck ist geringer als  $10^{-10}$  mbar.

Hinter dem achten Flansch befindet sich außerdem eine elektrische Vakuumdurchführung, an der u.a. zwei Rubidium-Dispenser (SAES Getters) angeschlossen sind. Die beiden Dispenser stellen UHV-taugliche Rubidiumquellen dar [For98]. Sie bestehen aus einem mit  $\text{Rb}_2\text{CrO}_4$  gefüllten Edelstahlbehälter, der sich bei Anlegen eines Stromes aufgrund seines elektrischen Widerstandes erwärmt. Bei Temperaturen oberhalb  $400^\circ\text{C}$  bildet sich elementares Rubidium, wobei die beiden Isotope  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$  in ihrem natürlichen Verhältnis von 70:30 auftreten. Gleichzeitig öffnet sich der Edelstahlbehälter, so dass das Rubidium entweichen kann. Die beiden Dispenser befinden sich innerhalb des Rohres in einem Abstand von 10 cm zum Rezipienten. Sie wurden von ihrer ursprünglichen Position an einem der anderen seitlichen Flansche hierher verlegt, um einen besseren optischen Zugang zu gewährleisten und gleichzeitig den emittierten Atomen den direkten Weg zu den Oberflächen der Resonatorspiegel zu versperren, da ansonsten eine Bedampfung der Spiegel und damit verbunden eine Abnahme der Finesse des Resonators zu befürchten ist.

Zur Erzeugung des Quadrupolmagnetfelds ist oberhalb und unterhalb des Rezipienten jeweils eine wassergekühlte Spule ( $\varnothing = 10$  cm, 250 Windungen) angebracht, deren stabilisierte Stromtreiber (Eigenbau Uni München) einen maximalen Strom von 4.66 A liefern und Schaltzeiten von ca. 1 ms erlauben.

## 3.2 Resonatordipolfalle

Fernverstimmte Dipolfallen sind heutzutage ein Standardwerkzeug zur Speicherung kalter Atome. Ihre Funktionsweise beruht auf dem dynamischen Stark-Effekt, der gemäß (2.23) zu einer Änderung der potentiellen Energie eines Atoms führt, wenn dieses sich in einem äußeren Lichtfeld befindet. Dadurch lassen sich kalte Atome bereits im Fokus eines rotverstimmten Laserstrahls einfangen [Chu86].

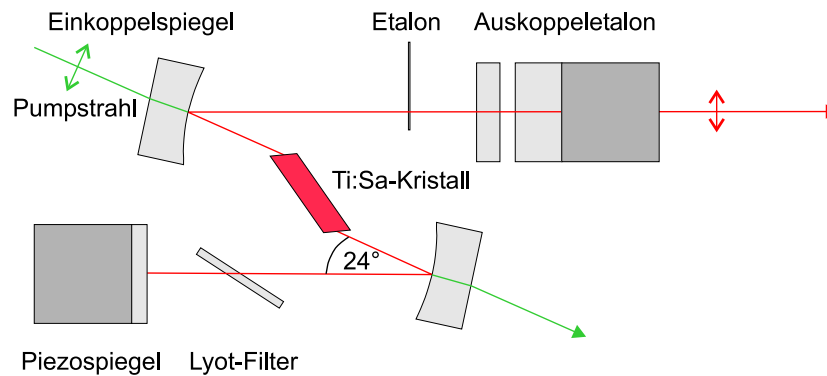
Die Besonderheit der im Rahmen dieser Arbeit realisierten Dipolfalle besteht in der Tatsache, dass das sie erzeugende Laserlicht in einem Hochfinesse-Ringresonator umläuft. Daraus ergibt sich die experimentelle Schwierigkeit, die Frequenz eines geeigneten Lasers hinreichend gut auf die schmale Linienbreite dieses Resonators zu stabilisieren. Als intrinsisch schmalbandige Laserquelle dient ein selbstgebauter Titan-Saphir-Laser. Durch eine Pound-Drever-Hall-Stabilisierung lässt sich dessen Linienbreite mittels eines externen AOMs auf unter 3 kHz herabsetzen. Im Folgenden werden der Titan-Saphir-Laser, der nachfolgende optische Aufbau, der Hochfinesse-Ringresonator und die verschiedenen Stabilisierungen detailliert beschrieben.

### 3.2.1 Titan-Saphir-Laser

Die in der Planungsphase an den Laser gestellten Anforderungen beinhalteten neben hoher Ausgangsleistung und flexibler Wellenlänge insbesondere eine geringe Linienbreite von unter 10 kHz. Da ein Laser mit den geforderten Spezifikationen kommerziell nicht erhältlich ist, wurde ein Titan-Saphir-Laser in Eigenbau gefertigt. Dabei handelt es sich um die Weiterentwicklung eines von C. Zimmermann et al. veröffentlichten Designs [Zim95]. Als wesentliche Neuerungen wurde eines der beiden Glasplättchen durch ein Lyot-Filter ersetzt und die Längensteuerung des Auskoppeltalons verbessert. Sie erfolgt nicht mehr durch Widerstandsheizen, sondern durch einen zusätzlichen Piezo.

Die Geometrie des Laserresonators lässt sich Abb. 3.7 entnehmen. Die einzelnen Elemente des gefalteten symmetrischen Stehwellenresonators sind mittels Halterungen aus Neusilber auf einer Edelstahlgrundplatte fixiert. Der Titan-Saphir-Kristall ist mittig zwischen den gekrümmten Spiegeln positioniert. Er besitzt eine Länge von 12 mm und im Brewsterwinkel ( $60.5^\circ$ ) geschliffene Endfassetten und ist auf einem wassergekühlten Neusilberblock montiert. Der Brewsterwinkel stellt eine horizontale Polarisation der erzeugten Laserstrahlung sicher, da diese deutlich geringere Reflexionsverluste erleidet. Die Krümmung der beiden mittleren Spiegel (Krümmungsradius 25 mm) führt zu einer nahezu kreisrunden Strahltaile in dem Ast des Resonators, in dem der Kristall liegt. Für deren horizontalen und vertikalen konfokalen Parameter gilt  $b_{1,h} = b_{1,v} = 6.2$  mm. Zwei weitere leicht elliptische Strahltaillen befinden sich auf den Oberflächen der planaren Endspiegel ( $b_{2,h} = 62.4$  mm,  $b_{2,v} = 38.6$  mm). Aus der optischen Gesamtlänge des Laserresonators von 122.3 mm errechnet sich ein FSR von 1.23 GHz. Einer der Resonatorspiegel ist auf ein Piezoröhrchen (Industrial Electronics, PZT5H) aufgeklebt. Dieses gestattet eine elektronische Verstimmung

der Resonatormoden um 5 GHz. Eine Plexiglashaube bietet Schutz vor Verschmutzungen und Luftturbulenzen.



**Abbildung 3.7:** Aufbau des Titan-Saphir-Lasers. Das Auskoppelatalon setzt sich zusammen aus dem keilförmigen Auskoppelspiegel (links) und einem auf einen Piezo aufgeklebten beschichteten Keilsubstrat (rechts). Der Abstand zwischen Ein- und Auskoppelspiegel beträgt 37.1 mm, zwischen Piezospiegel und unterem gekrümmtem Spiegel 36.7 mm und die Länge des geometrischen Weges zwischen den beiden gekrümmten Spiegeln 38.9 mm.

### Modenselektion

Das Fluoreszenzspektrum eines Titan-Saphir-Kristalls reicht von 670 nm bis 1100 nm und besitzt ein Maximum bei 800 nm. Durch die Wahl eines schmalbandigen Resonatorspiegelsatzes lässt sich die Breite des Verstärkungsprofils des Lasers zwar einschränken, es schwingt jedoch weiterhin eine große Zahl unterschiedlicher Resonatormoden an. Deshalb ist der Einbau zusätzlicher frequenzselektiver Elemente notwendig. Wie in Abb. 3.7 eingezeichnet, sind dieses ein Lyot-Filter, ein Glasplättchenetalon und ein Auskoppelatalon.

Das Lyot-Filter (Roditi) ist 1 mm dick und unter seinem Brewsterwinkel ( $57.2^\circ$ ) mittels einer speziellen Halterung in den Strahlengang eingebaut, die eine Rotation des Plättchens innerhalb seiner Ebene ermöglicht. Es ist aus doppelbrechendem Quarz gefertigt und dreht die Polarisationssebene des durchtretenden Laserlichts aus der horizontalen Richtung heraus. Auf diese Weise entstehen zusätzliche Verluste durch Reflexion an den Brewsterflächen des Titan-Saphir-Kristalls. Der Drehwinkel ist frequenzabhängig. Für bestimmte Frequenzen verschwindet er und der Resonator ist dann nahezu verlustfrei. In diesem Sinne wirkt das Lyot-Filter wie ein Etalon mit einem sehr großen FSR von ca. 50 nm, dessen Resonanz sich über den Rotationswinkel des Plättchens einstellen lässt [Pre80, Gü00]. Es dient zur Grobeinstellung der Laserfrequenz.

Das Glasplättchenetalon mit einem FSR von 590 GHz schränkt die Zahl der verbleibenden Lasermoden weiter ein. Es besteht aus einem unbeschichteten Mikroskopdeckplättchen, das auf das bewegliche Ende eines Piezo-Biegeumwandler (Piezomechanik Pickelmann, <sup>12</sup>BM 120/36/350) geklebt ist. Dieser erlaubt eine Verkipfung

und infolgedessen eine Änderung der effektiven Dicke des Glasplättchens, die eine Verstimmung der Etalonresonanzen um 220 GHz mit sich bringt. Für das Experiment ist eine Verstimmbarkeit von einem vollen FSR des Glasplättchenetalons nicht erforderlich, da bei einer fernverstimmten Dipolfalle der genaue Wert der Absolutfrequenz unkritisch ist und die Stabilisierung auf den Ringresonator die Frequenz lediglich modulo seines FSRs (3.5 GHz) vorgibt.

Die endgültige Reduktion der Zahl an emittierten Lasermoden wird durch das Auskoppeletalon erzielt, das einen Auskoppler mit frequenzabhängigem Reflexionskoeffizienten darstellt. Ein hoher Reflexionskoeffizient begünstigt den Laserprozess, so dass Moden im Bereich der Resonanzen des Auskoppeletalons unterdrückt werden. Gebildet aus den zueinander parallelen Vorderseiten des nur 3 mm dicken keilförmigen Auskoppelspiegels ( $R = 90\%$ ) und des dahinterliegenden keilförmigen beschichteten Substrates ( $R = 15\%$ ) lässt sich der FSR über den Abstand dieser beiden Elemente manuell einstellen. Bei einer geometrischen Gesamtlänge des Etalons von 4.7 mm beträgt er 24 GHz. Das Substrat ist auf ein Piezoröhrchen (Industrial Electronics, PZT5H) aufgeklebt, das bei einer maximalen Steuerspannung von 75 V eine Verstimmung von bis zu 19 GHz erlaubt. Der FSR ist hinreichend groß, um das gleichzeitige Anschwingen von Moden in benachbarten Transmissionsminima zu verhindern.

Im Gegensatz zu Ringlasern emittieren Titan-Saphir-Laser mit Stehwelligeometrie mindestens zwei Moden, da eine einzelne Mode in ihren Intensitätsknoten die Besetzungsinversion der elektronischen Zustände nicht abräumt. Dieser unter dem Namen „spatial hole burning“ bekannte Effekt hat zur Folge, dass eine weitere Mode verstärkt wird, deren Intensitätsbäuche räumlich mit den Intensitätsknoten der ersten Mode zusammenfallen. Aufgrund der mittigen Position des Titan-Saphir-Kristalls ist dieses für benachbarte Moden der Fall, weshalb eine Emission von zwei Moden im Frequenzabstand von 1.23 GHz zu erwarten ist. Das Reflexionsprofil des Auskoppeletalons ist etwas zu breit, so dass bei mittleren Pumpleistungen stattdessen eine Hauptmode, die 50% der Gesamtintensität beinhaltet, und zwei Nebenmoden emittiert werden. Für das Experiment bietet diese Tatsache keine Nachteile, da nur die Hauptmode verwendet wird und deren Intensität durch das Auftreten einer dritten Mode unbeeinflusst bleibt. Im Gegenteil ermöglicht diese dritte Mode die Implementierung einer speziellen Regelung zur Mitführung des Auskoppeletalons, siehe dazu Kap. 3.2.4.

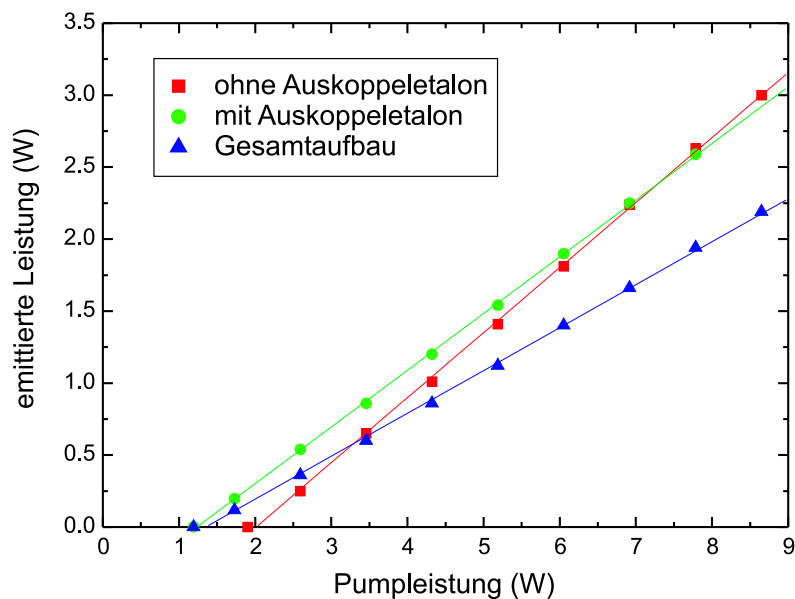
## Charakterisierung

Ein frequenzverdoppelter Neodym-Vanadat-Laser (Coherent, Verdi-V10) mit einer Wellenlänge von 532 nm und einer maximalen Ausgangsleistung von 10 W dient als Pumpquelle für den Titan-Saphir-Laser. Die Polarisation des Pumpstrahls wird mittels eines Strahlaufzuges um  $90^\circ$  in die horizontale Richtung gedreht. Der räumlich modenangepasste Strahl erleidet am rückseitig antireflexbeschichteten Einkoppelspiegel nur eine geringfügige Reflexion von 8%. Um Streulicht abzufangen und die Ablagerung von Staub auf den optischen Oberflächen zu verhindern, befinden sich

Pump- und Titan-Saphir-Laser in einem geschwärzten, von gefilterter Luft durchströmten Plexiglaskasten.

Der verwendete Spiegelsatz ist für 740 nm bis 830 nm optimiert. Ohne Lyot-Filter liegt die Wellenlänge des Titan-Saphir-Lasers zwischen 804 nm und 809 nm. Das Lyot-Filter erlaubt ein kontrolliertes Einstellen auf Werte im Bereich von 787 nm bis 825 nm. Nach Optimierung des Kippwinkels des Glasplättchenetalons ist bei linearer Mitführung des Auskoppelatalons der Bereich von 5 GHz, über den sich der Laser modensprungfrei durchstimmen lässt, lediglich durch die maximale Auslenkung des Piezos begrenzt.

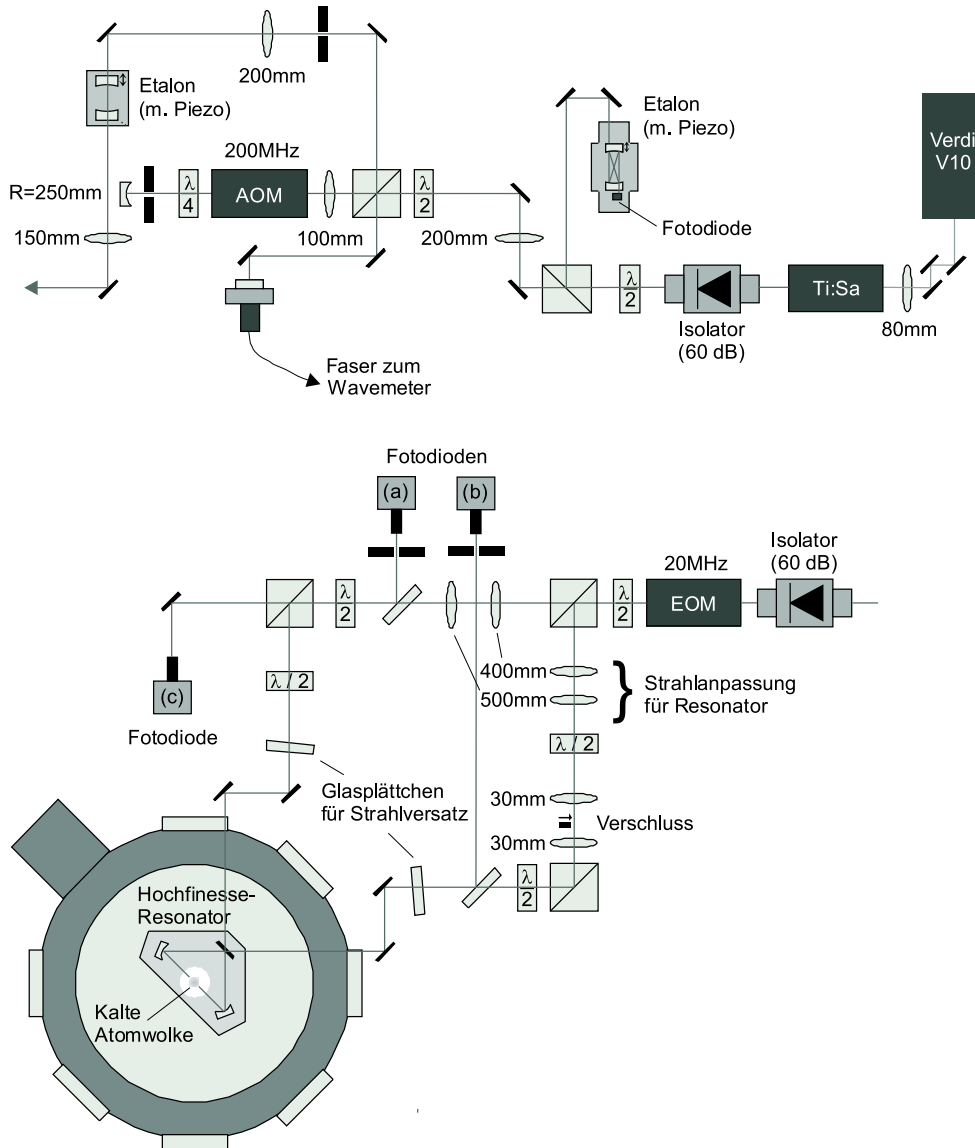
Abb. 3.8 zeigt die Ausgangsleistung des Titan-Saphir-Lasers in Abhängigkeit von der Pumpleistung, und zwar für den freilaufenden Laser ohne und mit Auskoppelatalon und für den vollständigen Aufbau, also zusätzlich mit Lyot-Filter und Glasplättchenetalon. Die Pumpschwelle des freilaufenden Lasers von 2.2 W fällt durch den Einbau des Auskoppelatalons auf 1.29 W und erhöht sich nach dem Einbau von Lyot-Filter und Glasplättchenetalon bei  $\lambda = 797$  nm leicht auf 1.37 W. Die Effizienz beträgt im freilaufenden Fall ohne Auskoppelatalon 45% bzw. mit Auskoppelatalon 39% und für den kompletten Aufbau 30%.



**Abbildung 3.8:** Leistung des Titan-Saphir-Lasers in Abhängigkeit von der Pumpleistung. Neben den Messwerten ist jeweils auch die Ausgleichsgrade eingezeichnet.

### 3.2.2 Strahlengang

Der Strahlverlauf zwischen Titan-Saphir-Laser und Hochfinesse-Ringresonator ist in Abb. 3.9 dargestellt. Nach Passieren eines optischen Isolators wird an zwei aufeinanderfolgenden polarisierenden Strahlteilerwürfeln Licht in ein Etalon und über



**Abbildung 3.9:** Strahlengang zwischen Titan-Saphir-Laser und Hochfinesse-Ringresonator. Aus Platzgründen ist in der Zeichnung der Strahlengang oben links unterbrochen. Er wird unten rechts fortgeführt.

eine Faser in ein Wavemeter abzweigt. Das Etalon dient nicht nur zur Überwachung der Modenstruktur, sondern ist auch Bestandteil der Modenstabilisierung, siehe Kap. 3.2.4.

Der sowohl für die Frequenzstabilisierung als auch für das elektronische Ausschalten des Titan-Saphir-Lasers benötigte AOM (Euroquant, AOM 3200-121) wird doppelt durchlaufen. Auf diese Weise lässt sich die Abhängigkeit des Ablenkwinkels der ersten Beugungsordnung von der Modulationsfrequenz eliminieren. Bei beiden Durchgängen besitzt der Strahl jeweils in der Mitte des AOMs einen Fokus mit einem gemessenen  $1/e^2$ -Radius von ca.  $45 \mu\text{m}$ . Für diesen Wert ergibt sich der kleinstmögliche

che maximale Strahlquerschnitt innerhalb des  $\text{TeO}_2$ -Kristalls im Innern des AOMs. Dieses erlaubt es, den Strahl in einem minimalen Abstand von der Kristallfläche, an der der Piezo angreift, durch den Kristall zu führen, ohne dass Beugung an der Kante auftritt. Zur Feinjustage dieses Abstandes ist der AOM auf einem Mikrometertisch festgeschraubt, der eine Verschiebung senkrecht zum Strahl ermöglicht. Das  $\lambda/4$ -Plättchen hinter dem AOM dreht die Polarisation um  $90^\circ$ , so dass sich der an einem gekrümmten Spiegel identisch in sich zurückreflektierte Strahl mittels eines polarisierenden Strahlteilers seitlich auskoppeln lässt.

Anschließend durchläuft der Strahl ein konfokales Etalon, welches eine Finesse von 16 besitzt und im linearen Modus betrieben wird, in dem der FSR 6 GHz beträgt. Es dient zum einen als Referenz für den nachfolgenden Strahlverlauf, so dass Dejustagen vor dem Etalon kein erneutes Einkoppeln in den Hochfinesse resonator erforderlich machen. Zum anderen hat es die Funktion, über seine mittels eines Piezos elektronisch steuerbare Länge die Intensität der Hauptmode einzustellen und gleichzeitig die beiden Nebenmoden auszublenden. Deshalb erhält es die Bezeichnung Filterretalon.

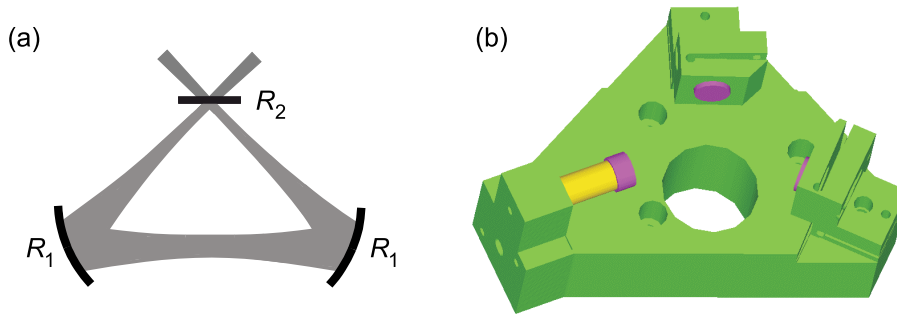
Vor dem EOM (LINOS, LM 0202 IR), der die Seitenbänder für die Pound-Drever-Hall-Stabilisierung generiert, steht ein weiterer optischer Isolator. Er wird an dieser Stelle benötigt, da an dem nachfolgenden polarisierenden Strahlteilerwürfel der Strahl in zwei Arme aufgeteilt wird, die sich über den Einkoppelspiegel des Hochfinesse resonators kreisförmig schließen. Nach einem vollständigen Umlauf verlässt ein Teil des Lichts den Strahlteilerwürfel in der Richtung, aus der es eingestrahlt wurde. Dieses Licht ist aufgrund der notwendigen räumlichen Modenanpassung an den Hochfinesse resonator exakt dem eingestrahlichten Licht überlagert. Ohne den Isolator würde eine Reflexion am Etalon stattfinden und damit der gesamte Aufbau hinter dem Etalon ein Interferometer darstellen. Der Einbau des Isolators verhindert dieses und eliminiert die daraus resultierenden Intensitätsschwankungen.

Mittels eines  $\lambda/2$ -Plättchens lässt sich das Intensitätsverhältnis in den beiden Armen einstellen und damit auch das Verhältnis, in dem die beiden Umlaufrichtungen des Resonators gepumpt werden. Der optische Aufbau der Arme ist sehr ähnlich. Eine weitere Kombination aus einem  $\lambda/2$ -Plättchen und einem polarisierenden Strahlteilerwürfel dient als Polarisator und zum Auskoppeln von Licht, welches noch nicht den Resonator gepopt hat. Es beinhaltet deshalb noch keine Frequenzinformation und eignet sich zum Messen der Intensität. Dieses geschieht an Fotodiode (c). Mit den  $\lambda/2$ -Plättchen, die sich direkt vor dem Ringresonator befinden, kann die Polarisations ebene des in den Resonator eingekoppelten Lichts eingestellt werden. Um den Strahl möglichst genau der  $\text{TEM}_{00}$ -Mode des Ringresonators anzupassen findet neben den Linsen und Einkoppelspiegeln auch jeweils ein beidseitig antireflexbeschichtetes Glasplättchen Verwendung. Seine Verkippung bewirkt eine Kombination aus Strahlversatz und Astigmatismuskorrektur. Hinter dem Resonator wird ein Teil des Strahls mittels eines Glasplättchens ausgekoppelt und auf die schnelle Fotodiode (a) bzw. (b) (Hamamatsu, S6468-10) gegeben. Sie liefern das Signal für die Pound-Drever-Hall-Stabilisierung, das aufgrund der Interferenzfähigkeit der beiden Richtungen sehr anfällig auf Rückreflexe der Gegenrichtung reagiert. Es ist eine

Stabilisierung auf jede der beiden Richtungen möglich.

In den Arm, der das im Ringresonator im Gegenuhrzeigersinn umlaufende Licht zur Verfügung stellt, ist zusätzlich ein (1:1)-Teleskop eingebaut, in dessen Fokus sich ein kleiner mechanischer Verschluss befindet. Mit diesem Verschluss kann die Richtung, die im Folgenden die Bezeichnung Probstrahlrichtung trägt, innerhalb von  $10\ \mu\text{s}$  ausgeschaltet werden, vergleiche Kap. 3.1.2. Die Pumpintensität der im Uhrzeigersinn umlaufenden Richtung, der so genannten Pumpstrahlrichtung, bleibt dabei unverändert.

### 3.2.3 Hochfinesse-Ringresonator



**Abbildung 3.10:** Schematische Skizze (a) und technische 3D-Zeichnung (b) des Hochfinesse-Ringresonators.

Die Geometrie des Hochfinesse-Ringresonators geht aus Abb. 3.10(a) hervor. Er besteht aus einem planaren Einkoppelspiegel und zwei gekrümmten Hochreflektoren (Krümmungsradius 200 mm), die zusammen ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck bilden. Der Abstand zwischen Einkoppelspiegel und Hochreflektoren beträgt 25 mm, so dass sich eine Umlauflänge von 85 mm und damit ein FSR mit  $\Delta_{\text{FSR}} = 3.5\ \text{GHz}$  ergibt. Die Maße sind so gewählt, dass einerseits ein hinreichender optischer Zugang für die MOT-Strahlen verbleibt und andererseits der Resonator möglichst klein ist. Aus der Definition der Finesse

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta_{\text{FSR}}}{\Delta\nu_{\text{Res}}} \quad (3.4)$$

ergibt sich eine Abnahme der Resonatorlinienbreite  $\Delta\nu_{\text{Res}}$  mit zunehmender Resonatorgröße. Damit steigen die Anforderungen an die ohnehin kritische Frequenzstabilisierung des Titan-Saphir-Lasers.

Der aus Stabilitätsgründen ursprünglich monolithische Aufbau des aus Edelstahl gefertigten Resonators hat sich als nicht zweckmäßig erwiesen. Vielmehr sind verkippbare Spiegelhalter von Vorteil, da sie eine Justage der Reflexe auf den Spiegeloberflächen erlauben. Auf diese Weise lässt sich verhindern, dass der Spiegelbereich, innerhalb dessen die Reflexion des umlaufenden Lichts erfolgt, Beschichtungsfehler

enthält und dadurch übermäßig viel Streuung verursacht. Da eine sehr hohe Finesse für das Gelingen des Experiments wesentlich ist, sind solch zusätzliche Verluste unbedingt zu vermeiden. Aus Abb. 3.10(b) ist ersichtlich, dass lediglich zwei der drei Spiegel verstellbare Halterungen besitzen. Der dritte Spiegel ist stattdessen auf ein Piezoröhrchen (Industrial Electronics, PZT5H) montiert, das eine elektronische Verstimmung des Resonators um mehr als einen FSR ermöglicht. Während die Fixierung der Spiegel und des Piezoröhrchens mit einem UHV-tauglichen Keramikkleber erfolgt, sind die elektrischen Zuleitungen durch Klemmkontakte befestigt.

Eine Dreipunktlagerung gewährleistet eine stabile und reproduzierbare horizontale Positionierung des Resonators innerhalb der Vakuumkammer. Er steht auf einer Viton-gelagerten massiven Edelstahlplatte, die ihn weitgehend gegenüber akustischen Schwingungen isoliert. Er ist so platziert, dass sich die sechs MOT-Strahlen in der Mitte zwischen den beiden Hochreflektoren kreuzen.

Der Reflexionskoeffizient der dielektrischen Beschichtungen (Research Electro-Optics Inc.) ist bei schrägem Einfall nicht nur von der Wellenlänge und dem Einfallswinkel sondern auch von der Polarisation des einfallenden Lichts abhängig. Während die Hochreflektoren maximales Reflexionsvermögen für den Fall vertikaler Polarisation besitzen, stellt die Transmission des Einkoppelspiegels einen Kompromiss zwischen den Optimierungen von Finesse und Einkoppeleffizienz dar. Die Finesse  $\mathcal{F}$  hängt über die Gleichung

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt[4]{R_1^2 R_2}}{1 - \sqrt[2]{R_1^2 R_2}} \quad (3.5)$$

mit den Reflektivitäten der Hochreflektoren  $R_1$  und des Einkopplers  $R_2$  zusammen. Sie nimmt mit steigendem  $R_2$  monoton zu. Andererseits ist der Überhöhungsfaktor

$$\mathcal{E} = \frac{4T_2(1 - A_{\text{ges}})}{(A_{\text{ges}} + T_2)^2} \quad (3.6)$$

maximal, wenn die Transmission des Einkoppelspiegels  $T_2$  gerade die Gesamtumlaufverluste  $A_{\text{ges}}$  aufwiegt, die sich zusammensetzen aus den Absorptions- und Streuverlusten an den drei Spiegeln und den Transmissionsverlusten der Hochreflektoren,

$$T_2 = A_{\text{ges}} = 2(A_1 + T_1) + A_2. \quad (3.7)$$

Der Überhöhungsfaktor gibt im Falle perfekter Gaußanpassung und resonanter Einstrahlung das Verhältnis zwischen der im Resonator umlaufenden und der eingestrahnten Intensität an. Die Bedingung (3.7) wird als Impedanzanpassung bezeichnet. Sie ist erforderlich für ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis des Fehlersignals der Pound-Drever-Hall-Stabilisierung. Aus Energieerhaltungsgründen folgt für jeden der Spiegel, insbesondere auch für den Einkoppelspiegel,  $R_i + T_i + A_i = 1$ , weshalb sich Impedanzanpassung und maximale Finesse ausschließen. Der Hersteller garantiert für den Verlustkoeffizienten  $5 \text{ ppm} < A_i < 20 \text{ ppm}$ . Der Entscheidung für den Wert  $T_2 \approx 26 \text{ ppm}$  liegt die optimistische Annahme  $A_i = 7 \text{ ppm}$  zugrunde. Für  $\lambda = 797 \text{ nm}$  sind die Werte der Spiegeltransmissionen in Tab. 3.1 aufgeführt, und zwar sowohl für

	Hochfinesse	Niederfinesse
Transmission $T_1$ , Hochreflektor	1.9 ppm	8.7 ppm
Transmission $T_2$ , Einkoppler	25.9 ppm	2100 ppm
Finesse $\mathcal{F}$ , errechnet	124000	2900
Finesse $\mathcal{F}$ , gemessen	176000	5500

**Tabelle 3.1:** Transmissionen der Resonatorspiegel für  $\lambda = 797$  nm und daraus errechnete bzw. gemessene Finesse.

vertikale als auch für horizontale Polarisierung. Mittels eines  $\lambda/2$ -Plättchens vor dem Resonator lässt sich die Polarisierungsebene einstellen und auf diese Weise zwischen zwei verschiedenen Werten der Finesse auswählen. Im Folgenden werden die beiden alternativen Einstellungen als Hochfinesse- und Niederfinessefall bezeichnet. Die jeweils aus (3.5) errechneten Werte der Finesse sind ebenfalls in Tab. 3.1 angegeben. Dabei wurde  $A_i = 7$  ppm angenommen. Die Abhängigkeiten der Transmissionen von der Wellenlänge lassen sich Anhang A entnehmen.

Experimentell lässt sich die Finesse mit dem „Ring-Down“-Verfahren [And84, O’K88] bestimmen. Es basiert auf der Messung der exponentiellen Zerfallszeit des im Resonator gespeicherten Lichts. Das Pumplicht wird dazu mittels des AOMs innerhalb von 10 ns ausgeschaltet und der Abfall der transmittierten Intensität hinter einem der Hochreflektoren mit einer hinreichend schnellen Fotodiode gemessen. Dabei ist darauf zu achten, dass die Einkopplung in den Resonator einseitig erfolgt und dass auf die Fotodiode nur das transmittierte Licht der einen Umlaufrichtung fällt, da es aufgrund einer Kopplung zwischen den beiden Richtungen sonst zu Messfehlern kommt, vergleiche Kap. 7. Der Zusammenhang zwischen Abklingdauer  $\tau = \tau_E/2$  und Finesse lautet

$$\mathcal{F} = 2\pi\tau\Delta_{\text{FSR}}. \quad (3.8)$$

Während im Niederfinessefall der für die Finesse gemessene Wert sehr stabil ist, reagiert der Hochfinesse-Wert sehr empfindlich auf kleinste Verschmutzungen. Deshalb ist das Reinigen der Spiegel sehr kritisch. Die besten Ergebnisse erzielt die Verwendung eines speziellen Polymers (Merchan TeK, Opti-Clean). Die maximal erreichten Abklingdauern betragen  $8.0 \mu\text{s}$ . Dem entspricht eine Finesse von 176000, siehe Tab. 3.1. Die Spiegelverluste sind offensichtlich geringer als vom Hersteller angegeben. Im experimentellen Betrieb sinkt der Hochfinesse-Wert innerhalb einiger Tage um ca. 50%. Dieser Prozess ist vermutlich auf die Ablagerung von Rubidium auf den Spiegeloberflächen zurückzuführen. Durch Aufheizen der Kammer auf  $150^\circ\text{C}$  lässt sich nahezu der ursprüngliche Wert wiederherstellen.

### Ringresonator-Dipolfallen

Aus Symmetriegründen besitzen die Moden des Ringresonators zwei Strahltaillen, eine auf dem Einkoppelspiegel und eine zweite mittig zwischen den beiden Hochreflektoren. An dieser Stelle erzeugt die MOT die kalte Atomwolke und findet der Transfer der Atome in die Dipolfalle statt, die das im Resonator umlaufende Licht

	$b$	$w_0$
Einkoppelspiegel, horizontal	112.4 mm	119.4 $\mu\text{m}$
Einkoppelspiegel, vertikal	123.9 mm	125.4 $\mu\text{m}$
Ort der Atomwolke, horizontal	124.6 mm	125.7 $\mu\text{m}$
Ort der Atomwolke, vertikal	134.8 mm	130.8 $\mu\text{m}$

**Tabelle 3.2:** Konfokale Parameter  $b$  und Strahlradien  $w_0$  der beiden Strahltaillen des Hochfinesseresonators ( $\lambda = 797 \text{ nm}$ ).

darstellt. Die Werte der beiden Strahltaillen sind in Tab. 3.2 angegeben. Die leichte Elliptizität ist eine Folge des schrägen Einfalls auf den gekrümmten Hochreflektoren. Für das Modenvolumen des Resonators gilt  $V_{\text{mode}} = \pi w_h w_v L / 2 = 2.2 \text{ mm}^3$ . Dabei bezeichnen  $w_h$  und  $w_v$  die horizontale bzw. vertikale Strahltaille am Ort der Atomwolke und  $L$  die Umlauflänge des Resonators.

In einem Ringresonator lassen sich zwei verschiedene Dipolfallentypen realisieren. Rotverstimmung bezüglich des atomaren Überganges vorausgesetzt, entsteht bei einseitiger Einkopplung eine „Laufwellenfalle“ mit geringem axialem Einschluss. Bei zusätzlicher Einkopplung der zweiten Richtung ergibt sich dagegen eine Stehwellenfalle, in der die Atome in den Bäuchen der Stehwelle gefangen sind. Der Kontrast der Stehwelle hängt von der relativen Intensität der beiden Umlaufrichtungen ab.

Im Bereich zwischen den beiden Hochreflektoren lautet die Intensitätsverteilung der TEM<sub>00</sub>-Resonatormode

$$I(r, z) = \frac{2\hat{P}(z)}{\pi w(z)^2} \exp\left(-2\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \quad (3.9)$$

mit dem  $1/e^2$ -Strahlradius

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2z}{kw_0^2}\right)^2} \quad (3.10)$$

und der die axiale Leistungsverteilung beschreibenden Funktion

$$\hat{P}(z) = (P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}} \cos^2(kz)) \quad (3.11)$$

Dabei beschreibt der vordere Summand mit

$$P_{\text{lauf}} = \left(\sqrt{P_+} - \sqrt{P_-}\right)^2 \quad (3.12)$$

den Lauf- und der hintere mit

$$P_{\text{steh}} = 4\sqrt{P_+ P_-} \quad (3.13)$$

den Stehwellenanteil.  $P_+$  und  $P_-$  sind die Leistungen in den beiden Umlaufrichtungen und  $w_0$  der Strahlradius am Ort der Strahltaille bei  $z = 0$ . Nach Einsetzen

	Laufwelle	Stehwelle
Wellenlänge $\lambda$	797.00 nm	797.17 nm
Pumpstrahlleistung $P_+$	8 W	3 W
Probstrahlleistung $P_-$	0 W	2 W
Fallentiefe $\hat{U}/k_B$	1.9 mK	2.2 mK
Fallentiefe $\hat{U}/\hbar$	$2\pi \cdot 39$ MHz	$2\pi \cdot 45$ MHz
Radiale Fallenfrequenz $\omega_r$	$2\pi \cdot 1.1$ kHz	$2\pi \cdot 1.1$ kHz
Axiale Fallenfrequenz $\omega_z$	$2\pi \cdot 1.5$ Hz	$2\pi \cdot 810$ kHz

**Tabelle 3.3:** Fallenparameter typischer Resonatordipolfallen.

in (2.28) ergibt eine harmonische Näherung im Bereich des Fallenminimums das Dipolpotenzial [Gri00]

$$U_{\text{dip}}(r, z) \approx -\hat{U} \frac{P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}} \cos^2(kz)}{P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}}} \left[ 1 - 2 \left( \frac{r}{w_0} \right)^2 - \left( \frac{2z}{kw_0^2} \right)^2 \right]. \quad (3.14)$$

Die Potenzialtiefe  $\hat{U}$  ist gegeben durch

$$\hat{U} = \frac{c^2 \Gamma (P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}})}{\omega_0^3 w_0^2} \left| \frac{1}{\Delta_1} + \frac{2}{\Delta_2} \right|. \quad (3.15)$$

Aus (3.14) lassen sich die Fallenfrequenzen in radialer und axialer Richtung berechnen. Während für die radiale Frequenz

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4\hat{U}}{mw_0^2}} \quad (3.16)$$

gilt, hängt die axiale Frequenz vom Verhältnis zwischen  $P_+$  und  $P_-$  ab. Für  $P_- = 0$  verschwindet der Stehwellenanteil und es folgt

$$\omega_z = \sqrt{\frac{8\hat{U}}{mk^2 w_0^4}}. \quad (3.17a)$$

Ist hingegen  $P_-$  hinreichend groß, so sind die Atome in den Bäuchen der Stehwelle gefangen. Die relativ geringe  $z$ -Abhängigkeit der Intensität, die mit der Divergenz des Strahls einhergeht, kann in diesem Fall vernachlässigt werden. Die axiale Frequenz lautet dann

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2\hat{U}k^2}{m} \frac{P_{\text{steh}}}{P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}}}}. \quad (3.17b)$$

In Tab. 3.3 sind typische Zahlenwerte für die Parameter der Resonatordipolfallen zusammengestellt.

### 3.2.4 Stabilisierungen

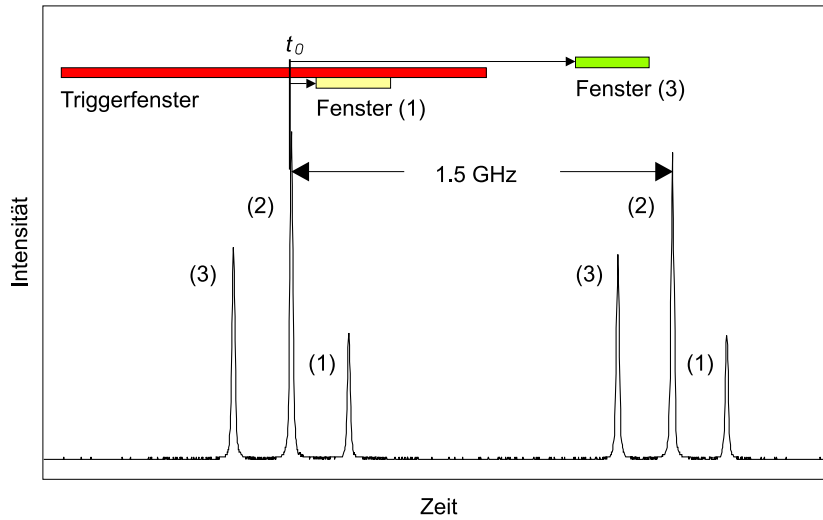
Die Resonatordipolfalle sollte nach Möglichkeit viele Experimentierzyklen überdauern, ohne dass die Stabilisierung versagt und ihre Wiederherstellung einen zeitintensiven manuellen Eingriff erfordert. Neben der eigentlichen Phasenstabilisierung des Titan-Saphir-Lasers auf den Ringresonator können auch relative Längendriften sowohl zwischen dem Laserresonator und dem Auskoppelatalon als auch zwischen dem Filteretalon und dem Ringresonator ein solches Versagen verursachen. Beide Effekte bewirken, dass sich die Intensität der auf den Ringresonator stabilisierten Mode ändert. Insbesondere im Fall des Auskoppelatalons verschwindet sie schließlich sogar völlig. Aber auch Intensitätsdriften, die die Stabilisierung noch nicht zerstören, sind inakzeptabel, da sie die Dipolfallentiefe verändern und damit ein reproduzierbares Experimentieren verhindern. Deshalb sind außer der Phasenstabilisierung zwei weitere Stabilisierungen erforderlich. Die Modenstabilisierung regelt die Länge des Auskoppelatalons und die Intensitätsstabilisierung die des Filteretalons.

#### Modenstabilisierung

Beim Durchstimmen des Titan-Saphir-Lasers lassen sich Modensprünge dadurch unterdrücken, dass die Länge des Auskoppelatalons so linear mitgeführt wird, dass Relativverschiebungen zwischen den Etalonresonanzen und den emittierten Frequenzen minimiert werden. Temperaturdriften bewirken jedoch zusätzliche relative Längenveränderungen zwischen Laserresonator und Auskoppelatalon, weshalb weiterhin vereinzelt Modensprünge auftreten. Die Modenstabilisierung verhindert dieses, indem sie aktiv die beiden vom Titan-Saphir-Laser emittierten Nebenmoden auf gleiche Intensität regelt.

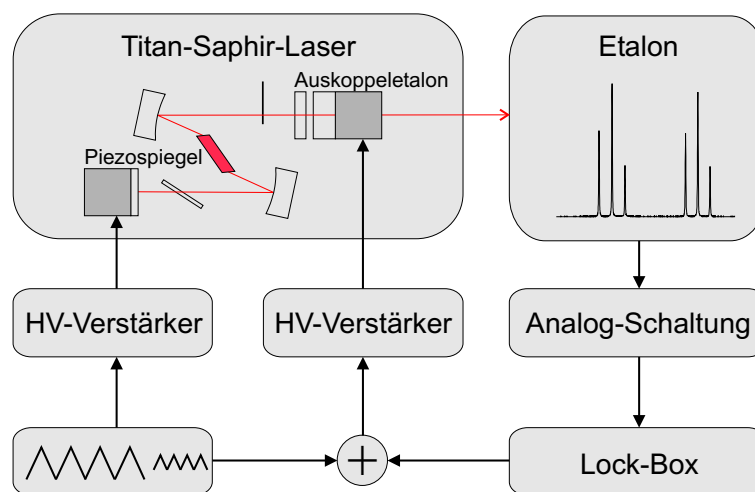
Die spektrale Zerlegung des emittierten Lichts erfolgt mittels des Etalons, welches ohnehin zur Überwachung der Modenstruktur des Titan-Saphir-Lasers benötigt wird, vergleiche Kap. 3.2.2. Dazu liegt am Piezo des Etalons eine 500 Hz-Dreiecksspannung an, die es über seinen zweifachen FSR von 1.5 GHz durchstimmt. Abb. 3.11 zeigt die transmittierte Intensität während einer einzelnen ansteigenden Flanke.

Eine analoge Schaltung generiert aus diesem Signal das für die Regelung benötigte Fehlersignal, indem es sich die zeitlich getrennte Erfassung der beiden Nebenmoden zunutze macht. Die Triggerung der Schaltung erfolgt zeitgleich mit dem Umkehrpunkt der Dreiecksspannung. Nach einer kurzen Verzögerung, die das Erreichen des zeitlich linearen Ausdehnungsbereiches des Piezos sicherstellt, öffnet die Schaltung ein Zeitfenster, innerhalb dessen sie nach dem Auftreten der Hauptmode sucht. Diese lässt sich durch ihre größere Signalhöhe von den Nebenmoden unterscheiden. Überschreitet das Etalonsignal einen einstellbaren Wert, der zwischen den Signalhöhen von Hauptmaximum und Nebenmaxima liegen muss, so triggert dieses Ereignis zwei weitere Zeitfenster, die jeweils eine der beiden Nebenmoden enthalten. Dabei kommt zum Tragen, dass der zeitliche Abstand zwischen dem Auftreten der Hauptmode und dem der beiden Nebenmoden aufgrund des festen Frequenzabstandes von  $\pm 1.23$  GHz stets derselbe ist. Eine Spitzenwerterfassung innerhalb der einzelnen Zeitfenster und



**Abbildung 3.11:** Etalonsignal des Titan-Saphir-Lasers während einer ansteigenden Flanke der anliegenden Dreiecksspannung. Das Spektrum wiederholt sich im Abstand des FSR des Etalons (1.5 GHz). Innerhalb des Triggerfensters erfolgt zum Zeitpunkt  $t_0$  die Detektion der Hauptmode (2), worauf sich nach fest vorgegebenen Zeitabständen zwei weitere Zeitfenster öffnen, die jeweils eine der beiden Nebenmoden (1) bzw. (3) beinhalten.

die anschließende Subtraktion der beiden zwischengespeicherten Werte liefert eine Spannung, die proportional zur Intensitätsdifferenz der beiden Nebenmoden ist. Eine Lock-Box erzeugt aus dieser ein Korrektursignal, das diese Spannung minimiert, indem es additiv der zur linearen Mitführung am Piezo des Auskoppeltalons anliegenden Spannung überlagert wird. In Abb. 3.12 ist der gesamte Regelkreis des Auskoppeltalons in Form eines Blockschaltbildes dargestellt.



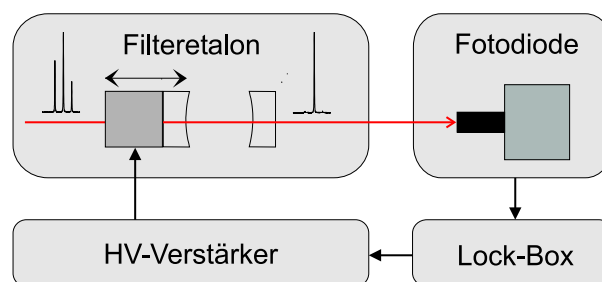
**Abbildung 3.12:** Blockschaltbild des zur Modenstabilisierung dienenden Regelkreises. Neben dem eigentlichen Regelkreis (rechts) ist auch die lineare Mitführung (links) dargestellt.

Durch die Durchstimmamplitude des Etalons von zwei FSR und die Länge des Triggerfensters, das gut einen FSR überdeckt, ist sichergestellt, dass unabhängig von der Lage des Spektrums stets ein Hauptmaximum gefunden wird und anschließend noch mindestens zwei Nebenmoden innerhalb der ansteigenden Frequenzflanke liegen. Auf jeder ansteigenden Flanke erfolgt deshalb eine Aktualisierung des Korrektursignals. Die Regelbandbreite ist damit durch die Frequenz der am Etalon anliegenden Dreiecksspannung begrenzt. Die gewählten 500 Hz stellen den maximalen Wert dar, bei dem die mechanische Trägheit des Etalons noch einen hinreichend großen Durchstimmbereich zulässt. Die Regelbandbreite ist ausreichend, um auch im Durchstimmmodus des Titan-Saphir-Lasers bei moderaten Amplituden die Stabilisierung aufrechtzuerhalten.

### Intensitätsstabilisierung

Die Intensität der einzelnen Lasermoden lässt sich mit Hilfe des Piezos beeinflussen, der die Länge des Filteretalons steuert. Nur Frequenzen innerhalb der Linienbreite des Etalons können es passieren. Bei einem FSR von 6 GHz ist die Finesse von 16 so gewählt, dass zum einen die Flanke der Resonanzlinie hinreichend flach ist, um für die im Folgenden beschriebene Regelung einen großen Einfangbereich und dadurch eine hohe Robustheit zu gewährleisten. Zum anderen sind die Resonanzen schmal genug, um bei maximaler Transmission der Hauptmode die Nebenmoden jeweils um 96% abzuschwächen.

Typischerweise ist im Experiment die Länge des Filteretalons so eingestellt, dass die Transmission der Hauptmode 80% ihres maximal möglichen Wertes beträgt. Im Laufe des Experimentierens verursacht der Betrieb der MOT-Spulen eine kontinuierliche Erwärmung des Ringresonators. Die damit verbundene Frequenzdrift lässt die Lasermoden aus ihrer ursprünglichen relativen Position zur Resonanz des Filteretalons herauswandern. Dieses bringt eine Veränderung der in den Resonator eingekoppelten Leistung mit sich und beeinflusst dadurch auch das Fehlersignal der Phasenstabilisierung. Ein einfacher Regelkreis wirkt dem entgegen.



**Abbildung 3.13:** Blockschaltbild des zur Intensitätsstabilisierung dienenden Regelkreises.

Das Blockschaltbild der Regelung ist in Abb. 3.13 dargestellt. Eine Fotodiode misst die Intensität hinter dem Etalon und eine Lock-Box generiert daraus ein Stellsignal, das über einen Hochspannungsverstärker an dem Piezo des Filteretalons anliegt und

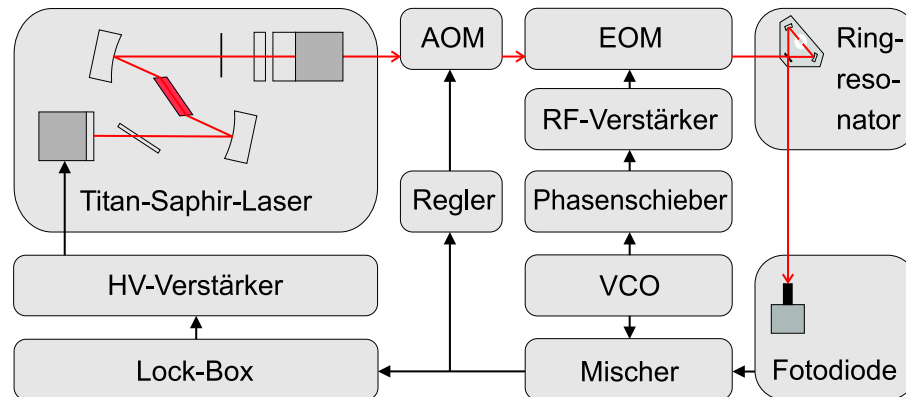
dessen Ausdehnung so steuert, dass die transmittierte Intensität einen einstellbaren konstanten Wert beibehält. Die Strahlauskopplung für die Fotodiode muss dabei vor dem Ringresonator erfolgen, da sonst dessen frequenzabhängige Reflektivität ein inkorrektes Intensitätssignal liefern würde. Eine zusätzliche Erschwernis resultiert aus der Tatsache, dass der Titan-Saphir-Laser im Laufe eines Experimentierzyklusses mehrmals mittels des AOMs aus- und wieder eingeschaltet wird. Wie sich Abb. 3.9 entnehmen lässt befindet sich der AOM im Strahlengang vor dem Filteretalon. Um ein Versagen der Stabilisierung zu verhindern, wird das Ausgangssignal der Lock-Box für die Dauer des ausgeschalteten Zustands konstant auf dem Wert gehalten, den es vor dem Ausschalten besaß. Erst nach dem Wiedereinschalten des Lasers erfolgt die erneute Aktivierung der Regelung.

Niederfrequente Intensitätsschwankungen lassen sich mit dieser Regelung auf 3% der transmittierten Intensität reduzieren. Hochfrequente Schwankungen, deren Amplitude allerdings ohnehin unter 3% liegt, können aufgrund der geringen Regelbandbreite nicht eliminiert werden. Sie ist durch die mechanischen Resonanzen des Piezos begrenzt, die zu Regelschwingungen bei 700 Hz führen. Für höhere Anforderungen bezüglich der Intensitätsstabilität stünde der AOM zur Verfügung, dessen Treiber (Euroquant, AODR 1200FM-1) auch einen Eingang zur Amplitudenmodulation besitzt.

## Phasenstabilisierung

Die Phasenstabilisierung des Titan-Saphir-Lasers auf den Hochfinesse-Ringresonator stellt eine der wichtigsten experimentellen Herausforderungen der vorliegenden Arbeit dar. Obwohl Titan-Saphir-Laser den Vorteil einer intrinsisch schmalen Linienbreite besitzen, lassen sich mit Diodenlasern deutlich leichter Linienbreiten im Subkilohertzbereich realisieren, da über den Diodenstrom extrem schnell Frequenzabweichungen entgegengewirkt werden kann [Sch01]. Ultraschmale Titan-Saphir-Laser benötigen dagegen als schnelles Stellglied einen EOM, der in den Laserresonator eingebaut dessen optische Länge und damit die emittierte Frequenz beeinflusst. Der in dieser Arbeit verwendete Titan-Saphir-Laser gestattet aufgrund seiner kompakten Bauweise einen solchen Einbau nicht. Alternativ dazu ließe sich mittels einer externen Kombination aus einem EOM und einem AOM eine Linienbreite sogar im Subhertzbereich erzielen [Zhu93]. Dieser externe Stabilisator erfordert allerdings eine sehr komplexe und sorgfältig abgestimmte Elektronik, die sicherstellt, dass der EOM die schnellen Frequenzschwankungen eliminiert und der AOM gleichzeitig den vom EOM aufintegrierten Phasenhub möglichst klein hält. Es stellte sich deshalb die Frage, ob es möglich sei, den Laser auf eine Linienbreite von weniger als 10 kHz zu stabilisieren, ohne dass ein EOM als schnelles Stellglied eingesetzt wird.

Die Stabilisierung basiert auf dem Pound-Drever-Hall-Verfahren [Pou46, Dre83]. Das Blockschaltbild des Regelkreises ist in Abb. 3.14 dargestellt. Die Erzeugung des Fehlersignals beruht auf der Frequenzmodulationsspektroskopie (FM-Spektroskopie) [Pou46, Bjo83], auf der auch die Stabilisierung des Abbildungslasers basiert, vergleiche dazu Kap. 3.1.1. Das Licht des Titan-Saphir-Lasers wird mittels eines EOMs

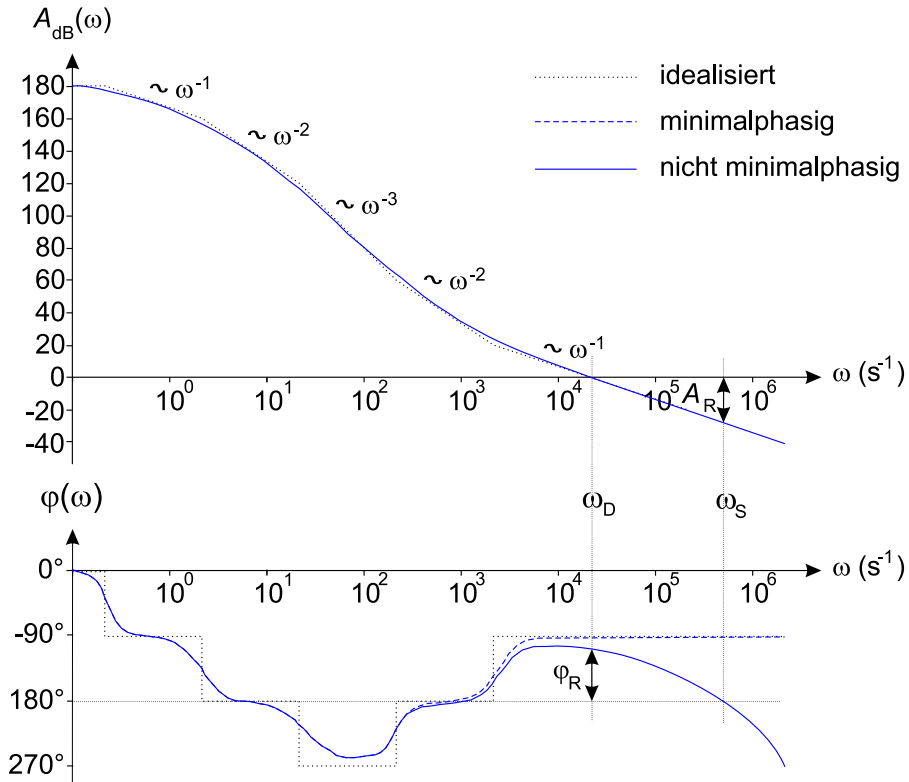


**Abbildung 3.14:** Blockschaltbild des zur Phasenstabilisierung dienenden Regelkreises. Das demodulierte Fehlersignal wird über getrennte Regler sowohl dem Piezo als auch dem AOM zugeführt.

mit 20 MHz phasenmoduliert und nach der Reflexion am Ringresonator mit einer hinreichend schnellen Fotodiode (Hamamatsu S6468-10) detektiert. Nach dem Entmischen mit der Modulationsfrequenz ergibt sich ein DC-Signal, das bei richtiger Phasenlage des Demodulationssignals im Bereich der Resonanz einen dispersiven Frequenzverlauf aufweist. Bei der Einstellung der Relativphase ist darauf zu achten, dass die phasenschiebende Verzögerungstrecke nicht auf der Detektionsseite sondern zwischen dem die Radiofrequenz erzeugenden spannungsgesteuerten Oszillator (VCO) und dem EOM eingebaut wird. Andernfalls ergäbe sich eine unnötige zusätzliche Signalverzögerungszeit. Als Stellglieder dienen der Piezo, der die Länge des Laserresonators steuert, und ein AOM. Während das Stellsignal für den Piezo von einem einfachen PI-Regler einer Lock-Box geliefert wird, erfolgt die Ansteuerung des AOMs über einen speziell auf die Regelstrecke abgestimmten Regler.

Zum Verständnis der folgenden Überlegungen zur Optimierung der Regelung ist es notwendig, einige Begriffe aus der Regelungstechnik einzuführen. Diese lassen sich anhand des in Abb. 3.15 dargestellten schematischen Bodediagramms erläutern. Dazu wird der geschlossene Regelkreis an einer Stelle in Gedanken aufgeschnitten und ein sinusförmiges Signal hineingegeben. Das Bodediagramm des offenen Regelkreises zeigt, wie sich dieses Signal nach einmaligem Durchlaufen des Regelkreises verändert hat. Der Amplitudengang  $A(\omega)$  beschreibt dabei das Amplitudenverhältnis und der Phasengang  $\varphi(\omega)$  die Relativphase zwischen Eingangs- und Ausgangssignal als Funktion der Kreisfrequenz  $\omega$ .  $A(\omega)$  und  $\omega$  werden im Diagramm logarithmisch aufgetragen und  $A(\omega)$  in Dezibel angegeben,  $A_{dB}(\omega) = 20 \lg(A(\omega))$ . Im allgemeinen fällt  $A(\omega)$  mit steigender Frequenz und erreicht schließlich die so genannte Durchtrittsfrequenz  $\omega_D$ , bei der das Verhältnis eins beträgt. Vereinfacht dargestellt, müssen bei dieser Frequenz für ein stabiles Regelverhalten die beiden Bedingungen erfüllt sein, dass zum einen  $A(\omega)$  mindestens proportional zu  $1/\omega$  abfällt und zum anderen die so genannte Phasenreserve  $\varphi_R = 180^\circ + \varphi(\omega_D)$  mindestens  $45^\circ$  beträgt. Damit ist gewährleistet, dass die so genannte Amplitudenreserve  $A_R = A(\omega_S)$  hinreichend groß ist, um das Auftreten von Regelschwingungen zu unterdrücken.  $\omega_S$

ist die Frequenz, bei der sich die Gegenkopplung in eine Mitkopplung verwandelt,  $\varphi(\omega_S) = -180^\circ$ . Sie stellt eine obere Grenze für die Regelbandbreite dar und lässt sich aus der Frequenz der Regelschwingungen ablesen.



**Abbildung 3.15:** Schematisches Bodediagramm eines offenen Regelkreises. Neben dem realen Frequenzgang für Minimalphasen- und Nichtminimalphasenverhalten sind auch die idealisierten Kurven eingezeichnet, die auf der Näherung basieren, dass sich die Kurve in Abschnitte mit einfachem Potenzverhalten untergliedern lässt.

Ziel bei der Optimierung einer Regelung ist es,  $\omega_D$  zu möglichst hohen Werten zu verschieben. Dieses maximiert die Regelbandbreite und ermöglicht eine höhere Regelverstärkung bei niedrigen Frequenzen, bei denen meist die größten herauszuregelnden Störungen auftreten. Die Regelverstärkung bei niedrigen Frequenzen lässt sich auch durch einen steileren Verlauf des Amplitudenganges erhöhen. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass  $A(\omega)$  und  $\varphi(\omega)$  nicht unabhängig voneinander sind und eine höhere Steigung des Amplitudenganges immer eine größere Phasennacheilung mit sich bringt. Der Ausdruck Minimalphasenverhalten beschreibt die Situation, dass die Phasennacheilung den für eine vorgegebene Steigung kleinstmöglichen Wert annimmt. Der Zusammenhang zwischen  $\varphi(\omega)$  und  $A(\omega)$  ist in diesem Fall gegeben durch [Unb94]

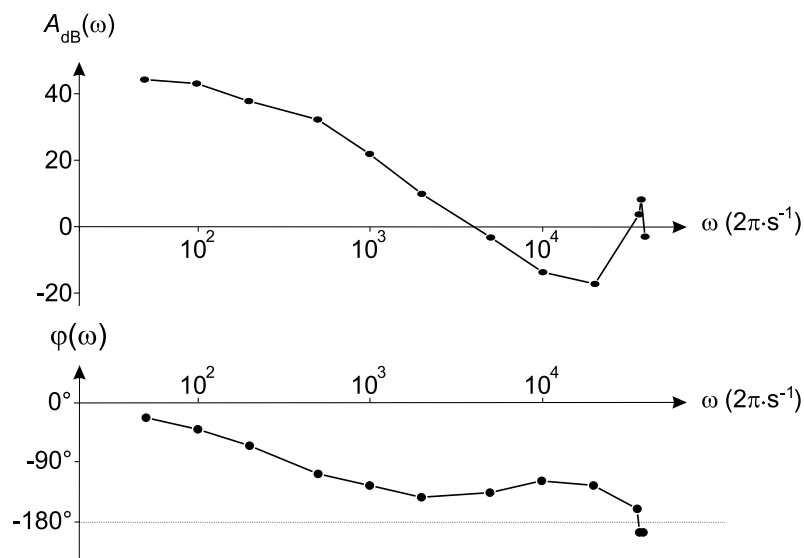
$$\varphi_{\min}(\omega_0) = 90^\circ \cdot \frac{4\omega}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{\ln A(\omega) - \ln A(\omega_0)}{\omega^2 - \omega_0^2} d\omega . \quad (3.18)$$

Ist die Krümmung von  $A_{\text{dB}}(\omega)$  hinreichend gering, so gilt in guter Näherung

$$A(\omega)|_{\omega_0} \propto \omega^x \iff \varphi_{\text{min}}(\omega_0) = x \cdot 90^\circ, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (3.19)$$

Dieses entspricht einer Steigung des Amplitudengangs von  $x \times (20 \text{ dB/Dekade})$ . Häufig lässt sich der Frequenzgang näherungsweise in Abschnitte unterteilen, die ein einfaches Potenzverhalten zeigen ( $x \in \mathbb{Z}$ ). Der zu dieser Näherung gehörende treppenförmige Phasengang ist gemeinsam mit dem entsprechend idealisierten Amplitudengang ebenfalls in Abb. 3.15 eingezeichnet.

Die Regelbandbreite des Piezos ist durch seine mechanischen Resonanzen begrenzt. Zu ihrer Maximierung ist die Halterung des Piezos besonders massiv ausgelegt. Um außerdem das Gewicht des zu bewegenden Spiegels zu reduzieren, besitzt das Spiegelsubstrat eine Dicke von lediglich 2 mm. Das Bodediagramm für einen Teil der Regelstrecke, bestehend aus Hochspannungsverstärker und Piezo, ist in Abb. 3.16 dargestellt. Während bei niedrigen Frequenzen Minimalphasenverhalten mit zu höheren Frequenzen hin zunehmender Steilheit des Amplitudenganges vorliegt, nimmt ab etwa 10 kHz bei fallender Steilheit der Phasenbetrag weiterhin zu. Bei 37 kHz tritt eine deutliche Resonanz auf, und der Phasenbetrag überschreitet  $180^\circ$ . Für höhere Frequenzen fällt die Amplitude wieder und der Phasenbetrag steigt schnell an. Das Verhalten lässt sich beschreiben als eine Überlagerung aus einem Tiefpass, der teilweise auf den Hochspannungsverstärker zurückzuführen ist, und einem System, das erzwungene Schwingungen ausführt und eine Eigenfrequenz bei 37 kHz besitzt.



**Abbildung 3.16:** Bodediagramm des Teils der Regelstrecke, der aus Hochspannungsverstärker und Piezo besteht. Die einzelnen Messpunkte sind linear verbunden.

Die Verwendung einer Lock-Box mit ihrem standardmäßig eingebautem PI-Regler führt zu optimalem Regelverhalten, wenn die Knickfrequenz zwischen Integral- und Proportionalteil auf 1.5 kHz eingestellt wird. Regelschwingungen, im Hochfinessefall bei  $\omega_S \approx 2\pi \cdot 10 \text{ kHz}$ , sind zurückzuführen auf die zusätzliche Phasenverschiebung

aufgrund des Hochfinesse-Resonators. Für Frequenzen oberhalb seiner halben Linienbreite, die im Hochfinessefall 10 kHz beträgt, stellt er einen Integrator dar, der gemäß (3.19) eine Phasenverschiebung von  $-90^\circ$  verursacht. Die Frequenz  $\omega_S$  hängt empfindlich von der Finesse des Resonators ab, da der sonstige Phasenbetrag im Bereich von 1 kHz bis 30 kHz relativ konstant ist.

Die Verwendung eines leistungsstärkeren Hochspannungsverstärkers und eines PID-Reglers statt des in den Lock-Boxen integrierten PI-Reglers hat sich als nicht sinnvoll erwiesen. Es gelang nicht, dadurch die Regelbandbreite nennenswert zu erhöhen. Der Betrag von  $\varphi(\omega)$  kann zwar reduziert werden, gleichzeitig nimmt aber auch die Steigung von  $A_{dB}(\omega)$  ab. Da die Regelstrecke für Frequenzen zwischen 10 kHz und 40 kHz ein ausgeprägtes Nichtminimalphasenverhalten zeigt, führt ein Verschieben von  $\omega_D$  in diesen Bereich aufgrund der daraus resultierenden zu geringen Steigung von  $A_{dB}(\omega)$  im Bereich von  $\omega_D$  zu Instabilitäten. Eine Ausdehnung der Regelbandbreite über die Piezoresonanz hinaus, bei der ähnlich wie in Abb. 3.15 bei niedrigen Frequenzen Phasenbeträge von mehr als  $180^\circ$  toleriert werden, ist deshalb nicht möglich, da oberhalb der Resonanz der Phasenbetrag zu steil ansteigt und sich auch durch einen Differentiator nicht hinreichend reduzieren lässt. Während eine wesentliche Erhöhung der Regelbandbreite also nicht möglich ist, bleibt der Nachteil einer verringerten Regelverstärkung bei niedrigen Frequenzen.

Die Regelbandbreite des als schnelles Stellglied dienenden AOMs ist weder durch dessen Treiber, der einen Eingang zur Frequenzmodulation mit einer Bandbreite von 7.5 MHz besitzt, noch durch die verwendete Fotodiode mit einer Bandbreite von 100 MHz begrenzt. Begrenzend ist vielmehr die zeitliche Verzögerung zwischen dem Eintreffen der Radiofrequenz am Piezo, der den  $\text{TeO}_2$ -Kristall im Innern des AOMs in Schwingung versetzt, und der tatsächlichen Auswirkung auf das durch den Kristall propagierende Lichtfeld. Diese Zeitspanne ist gegeben durch die Laufzeit der akustischen Welle auf dem Weg vom Piezo zum Lichtstrahl. Sie stellt eine so genannte Totzeit dar. Um sie zu minimieren ist die Strahlgeometrie so gewählt, dass der maximale Strahlquerschnitt im Innern des  $\text{TeO}_2$ -Kristalls möglichst klein ist. Unter dieser Bedingung lässt sich ein minimaler Abstand zwischen Piezo und Strahlmittelpunkt einstellen, ohne dass Beugung an der Kristallkante auftritt. Die auf diese Weise erreichte Totzeit beträgt 150 ns.

Bei dem Entwurf eines geeigneten Reglers ist das Integratorverhalten des Hochfinesse-Resonators zu berücksichtigen. Für ein stabiles Regelverhalten ergibt sich unter der Voraussetzung, dass außer der Totzeit und den  $90^\circ$ , die das integrierende Verhalten des Ringresonators mit sich bringt, keine weiteren Phasenverzögerungen auftreten, eine maximal mögliche Durchtrittsfrequenz von  $\omega_D = 2\pi \cdot 830 \text{ kHz}$ . Bei dieser Frequenz verursacht die Totzeit eine zusätzliche Phasennacheilung von  $45^\circ$ . Sie stellt eine obere Grenze für die erreichbare Regelbandbreite dar, denn da die Totzeit ein typisches Nichtminimalphasenverhalten verursacht und deshalb trotz der mit der Frequenz zunehmenden Phasennacheilung  $A(\omega)$  lediglich mit  $1/\omega$  fällt, lässt sich die Regelbandbreite auch durch den Einsatz eines Differentiators nicht erhöhen.

Eine spektrale Untersuchung der Frequenzschwankungen des Titan-Saphir-Lasers

ergibt, dass keine relevanten Störungen bei Frequenzen oberhalb von 200 kHz auftreten. Die Regelbandbreite des AOMs sollte deshalb ausreichend sein. Für eine möglichst stabile Regelung ist ein hoher Verstärkungsfaktor und damit ein möglichst steiles Abfallen der Verstärkung bei niedrigen Frequenzen erforderlich. Im Prinzip ist es zulässig, dass  $A(\omega)$  streckenweise stärker als mit  $1/\omega^2$  abfällt, obwohl dieses nach (3.19) zwangsläufig  $\varphi(\omega) < -180^\circ$  mit sich bringt. Es muss lediglich gewährleistet sein, dass sich  $\varphi(\omega)$  bis zur Durchtrittsfrequenz wieder so weit erholt hat, dass gilt  $\varphi_R > 45^\circ$ , vergleiche Abb. 3.15. Der Nachteil ist jedoch, dass Regelungen mit derartigen Frequenzgängen bei einer kontinuierlichen Erhöhung der Regelverstärkung instabile Bereiche durchlaufen bevor sie den angestrebten Arbeitspunkt erreichen. Um die damit verbundene erhebliche Erschwernis bei der Einstellung des Arbeitspunktes zu vermeiden, ist der Regler stattdessen so ausgelegt, dass über einen breiten Frequenzbereich möglichst konstant  $\varphi(\omega) = -130^\circ$  gilt.  $A(\omega)$  fällt dadurch zwar schwächer als mit  $1/\omega^2$ , aber immerhin stärker als mit  $1/\omega$  ab. Da der Tiefpass, den der Hochfinesse-Resonator darstellt, Teil des Frequenzganges ist, muss bei einer Änderung der Finesse, etwa durch Drehen der Polarisation des eingekoppelten Lichts, der Regler neu optimiert werden.

Die Hinzunahme des AOMs als schnelles Stellglied ermöglicht es, die Regelverstärkung des Piezos deutlich heraufzusetzen. Regelschwingungen des Piezos treten deshalb nicht auf, da bei der Frequenz  $\omega_S^{\text{piezo}}$ , die der Piezozweig ohne die Mitwirkung des AOMs hätte, der AOM die Regelung übernommen hat. Wegen der sehr viel geringeren Verzögerungszeit des AOMs ergibt sich für das Gesamtsystem ein vom Betrag her kleineres  $\varphi(\omega_S^{\text{piezo}})$ . Die Frequenz, bei der die Verstärkung des AOM-Zweiges diejenige des Piezozweiges übersteigt, muss unterhalb von  $\omega_S^{\text{piezo}}$  liegen. Wie auch schon bei der Intensitätsregelung besitzen Lock-Box und Regler die Funktionalität, ihre Ausgangssignale während der Zeitspannen konstant zu halten, in denen der Titan-Saphir-Laser ausgeschaltet ist.

Da die Regelbandbreite deutlich größer ist als die Linienbreite des als Referenz dienenden Hochfinesse-Resonators, ist das von der Fotodiode detektierte Signal primär ein Phasen- und kein Frequenzsignal [Dre83]. Für Zeiten, die kürzer sind als die Abklingdauer des im Resonator gespeicherten Lichtfeldes, stellt der Resonator eine Phasenreferenz dar und das Pound-Drever-Hall-Signal ist annähernd proportional zur Phasendifferenz zwischen dem aus dem Resonator austretenden und dem momentan eingestrahlenen Lichtfeld. Erst für längere Zeiten, für die das Licht der aktuellen Laserfrequenz den Resonator maßgeblich befüllt hat, gibt das Signal die Frequenzabweichung an. Bei hinreichender Regelbandbreite erfolgt der korrigierende Eingriff so schnell, dass diese Befüllung nicht stattfindet. Die Phasenstabilisierung ermöglicht im Vergleich zur Frequenzstabilisierung eine stabilere und effizientere Einkopplung in den Hochfinesse-Resonator [Zhu93].

In Transmission beträgt das Intensitätsrauschen weniger als 2% der Gesamtintensität. Mittels einer sehr konservativen Abschätzung, die darauf basiert, dass die Frequenzabhängigkeit der transmittierten Intensität durch eine Airy-Funktion beschrieben wird, folgt aus diesem Intensitätsrauschen eine obere Grenze für die Lini-

enbreite des Titan-Saphir-Lasers von 3 kHz. Regelschwingungen des AOM-Zweiges treten bei einer Frequenz von 900 kHz auf.

### 3.3 Detektionssysteme

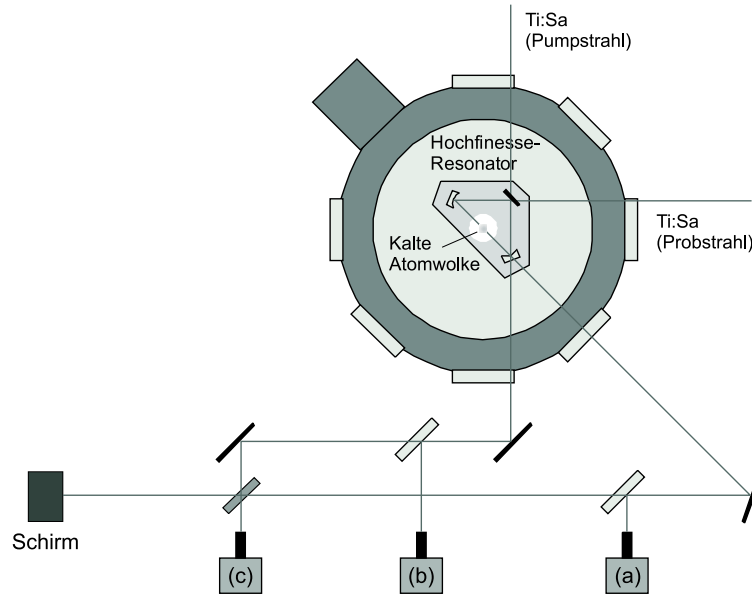
Die umfassende Untersuchung der Dynamik des rückgekoppelten Systems aus den beiden gegensinnig umlaufenden Resonatormoden und den in diesen Moden gefangenen Atomen erfordert drei Detektionssysteme. Während die Resonatormoden mittels des aus dem Resonator austretenden Lichts untersucht werden, steht mit der Absorptionsabbildung ein Verfahren zur Verfügung, das im Prinzip die Bestimmung von sowohl der atomaren Orts- als auch Geschwindigkeitsverteilung zulässt. Für die Dynamik interessant ist die Geschwindigkeitskomponente in Richtung der im Resonator umlaufenden Lichtfelder. Da die Ortsverteilung in dieser Richtung breit ist, sind die Geschwindigkeitsaussagen der Absorptionsabbildung mit großen Unsicherheiten behaftet. Deshalb kommt als zusätzliches Verfahren zur Untersuchung der atomaren Geschwindigkeitsverteilung die Messung rückstoßinduzierter Resonanzen (RIR) zum Einsatz.

#### 3.3.1 Lichtfeldanalyse

Kenntnisse über die Lichtfelder im Innern des Resonators lassen sich nur durch das aus dem Resonator austretende Licht gewinnen. Eine Beobachtung der transmittierten Lichtfelder hinter den Hochreflektoren hat verglichen mit dem Einkoppelspiegel zwar den Nachteil einer geringeren Intensität, liefert dafür aber insofern eine reine Information über das im Resonator umlaufende Licht, als dass es keinen zusätzlichen Anteil enthält, der auf direkter Reflexion des von außen eingestrahlt Lichts basiert. Aus der getrennten Detektion der beiden Umlaufrichtungen lässt sich ihre jeweilige Leistung bestimmen und aus der Überlagerung die zeitliche Entwicklung der Relativphase.

#### Optischer Aufbau

Der optische Aufbau ist in Abb. 3.17 dargestellt. Für jede der beiden Umlaufrichtungen trifft ein Teil des an einem der beiden Hochreflektoren transmittierten Lichts nach Auskopplung an einem Glasplättchen auf eine Fotodiode (a) bzw. (b) (EG&G, FFD100). Eine selbstentwickelte Verstärkerschaltung optimiert diese Fotodioden bei einer Bandbreite von 2 MHz bezüglich Rauscharmut (5 mV) und Empfindlichkeit (250 mV/ $\mu$ W). Die beiden Strahlen werden anschließend an einem (50:50)-Strahlteiler sorgfältig einander überlagert und treffen einerseits auf eine annähernd baugleiche Fotodiode (c) mit einer erhöhten Bandbreite von 10 MHz und andererseits auf einen Schirm. Die Betrachtung des Strahlquerschnittes auf dem Schirm dient zur Bestimmung der im Resonator angeregten TEM-Mode, und aus dem von



**Abbildung 3.17:** Strahlverlauf zur Untersuchung des transmittierten Lichts. Während die Fotodioden (a) und (b) die Intensitäten in Prob- bzw. Pumprichtung erfassen, dient Fotodiode (c) zur Untersuchung des Interferenzsignals der beiden Richtungen.

Fotodiode (c) detektiert ein Schwebungssignal, aus dem die relative Phase bzw. die Differenzfrequenz der beiden Umlaufrichtungen gewonnen werden kann.

Der Zusammenhang zwischen der außerhalb der Vakuumkammer gemessenen Leistung  $P_{\text{gem}}$  und der im Resonator umkreisenden Leistung  $P$  ist für die beiden Umlaufrichtungen gegeben durch

$$P_{1,2} = \frac{P_{\text{gem};1,2}}{T_{\text{HR}} \cdot T_{\text{R}} \cdot T_{\text{Fenster}}^2} \quad (3.20)$$

Neben der Transmission des Hochreflektors  $T_{\text{HR}}$ , deren Wert aus Tab. 3.1 bzw. aus Anhang A hervorgeht, gehen in (3.20) die Transmissionen der antireflexbeschichteten Fenster der Kammer  $T_{\text{Fenster}} \geq 99.5\%$  und der unbeschichteten Spiegelrückseite  $T_{\text{R}}$  ein. Letztere erfolgt unter einem Winkel von  $22.5^\circ$  und ist gemäß der Fresnelschen Gleichungen polarisationsabhängig. Für horizontale Polarisation beträgt sie  $T_{\text{R,h}} = 96.8\%$  und für vertikale  $T_{\text{R,v}} = 95.1\%$ . Einsetzen von  $P_{1,2}$  in (3.12) und (3.13) und anschließend in (3.15) ergibt die Potenzialtiefe.

### 3.3.2 Absorptionsabbildung

Die Absorptionsabbildung dient zur Untersuchung der kalten Atome sowohl in der MOT als auch in der Resonatorfeldfalle. Sie ermöglicht es, die räumliche Verteilung und durch Integration über die Querschnittsfläche die Gesamtzahl der Atome zu messen. Bei ansonsten gleichbleibenden experimentellen Bedingungen lässt sich durch Variation der Dauer, die die Atome in der Dipolfalle gehalten werden, die

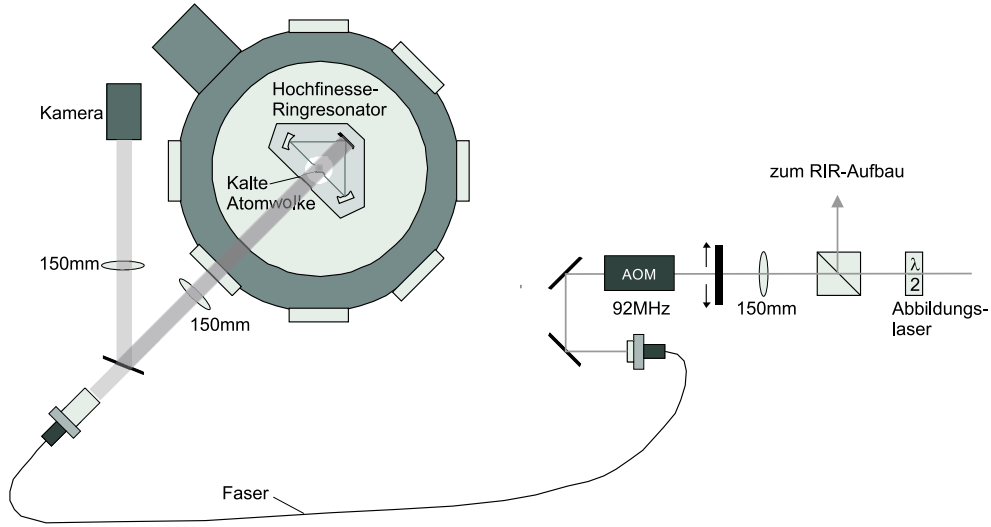
zeitliche Entwicklung der Atomzahl und damit die Lebensdauer der Atome in der Falle bestimmen. Schließlich lässt sich durch so genannte Flugzeitmessungen die Temperatur der Atome ermitteln. Diese Messungen nutzen die Tatsache, dass die kalten Atome nach dem abrupten Ausschalten des Fallenpotenzials frei expandieren. Die zeitliche Entwicklung der Ortsverteilung spiegelt daher die Geschwindigkeitsverteilung zum Zeitpunkt des Ausschaltens und damit die Temperatur wieder. Unter der Voraussetzung einer thermischen Geschwindigkeits- und einer gaußschen Ortsverteilung gilt für den Zusammenhang zwischen  $1/e$ -Radius  $r$  und Expansionsdauer  $t$  [Die01]

$$r(t) = \sqrt{r(0)^2 + \frac{2k_{\text{B}}T}{m}t^2} . \quad (3.21)$$

## Optischer Aufbau

Der Strahlverlauf der Absorptionsabbildung geht aus Abb. 3.18 hervor. Eine Kombination aus  $\lambda/2$ -Platte und polarisierendem Strahlteiler ermöglicht eine variable Abschwächung der Leistung des Abbildungslasers, wobei das seitlich ausgekoppelte Licht als Frequenzreferenz für den RIR-Aufbau dient. Die am AOM (HB-Laser, umgebaut) anliegende Modulationsfrequenz von 92 MHz schiebt die erste Beugungsordnung in Resonanz mit dem ( $F=3 \rightarrow F'=4$ )-Übergang von  $^{85}\text{Rb}$ . Sie wird in eine polarisationserhaltende optische Faser eingekoppelt. Mittels des AOMs lässt sich das Abbildungslicht innerhalb von 100 ns mit einer Reproduzierbarkeit von 100 ns aus- und wieder einschalten. Das Auslöschungsverhältnis beträgt 1:2000. Um völlig sicherzustellen, dass kein resonantes Licht in die Vakuumkammer gelangt und dort Fallenverluste verursacht, schließt sich im ausgeschalteten Zustand zusätzlich ein großer Irisblendenverschluss.

Hinter der optischen Faser weitet ein Objektiv den linear polarisierten Strahl auf einen  $1/e^2$ -Radius von 11 mm auf. Seine Leistung beträgt 200  $\mu\text{W}$ . Nach Reflexion an dem Einkoppelspiegel des Hochfinesse-Resonators trifft der kollimierte Strahl auf die abzubildende Atomwolke. Sie befindet sich im Fokus einer nachfolgenden Linse der Brennweite 150 mm. Eine zweite Linse derselben Brennweite bildet die Atomwolke im Maßstab 1:1 auf den in der Fokalebene platzierten CCD-Chip der Kamera (Hitachi, KP-M2) ab. Die Anordnung gewährleistet, dass zwischen den Linsen der Schattenwurf eines Atoms im Rahmen der geometrischen Optik ein paralleles „Schattenstrahlbündel“ darstellt und die Abbildung deshalb unabhängig von ihrem gegenseitigen Abstand ist. Er darf allerdings nicht zu groß gewählt werden, da sonst das Licht nicht mehr vollständig auf die zweite Linse trifft und Intensität verloren geht. Die Kamera besitzt effektiv  $752 \times 582$  Pixel der Größe  $8.6 \mu\text{m} \times 8.3 \mu\text{m}$ , von denen die Framegrabber-Karte (Eltec, PC-Eye 1) pro Abbildung nur jede zweite Zeile ausliest. Sie gibt die Daten weiter an den PC, wo sie mittels einer selbstentwickelten Software [Rud02] ausgewertet werden.



**Abbildung 3.18:** Strahlverlauf der Absorptionsabbildung. Mangels eines anderen optischen Zugangs wird der Strahl am Einkoppelspiegel des Hochfinesse-Resonators unter einem kleinen Winkel derart reflektiert, dass er erst nach der Reflexion die vor dem Kammerfenster positionierte Linse passiert.

### Bildauswertung

Das Verfahren beruht auf der Absorption, die resonantes Licht bei der Durchquerung der Atomwolke erfährt. Um sicherzustellen, dass sich die Atome im absorbierenden ( $F=3$ )-Grundzustand befinden, wird 100  $\mu\text{s}$  vor der Abbildung der Rückpumpulaser angeschaltet. Er bleibt während der gesamten Abbildung an. Läuft der Abbildungsstrahl entlang der  $z$ -Richtung, so gilt nach dem Lambert-Beerschen Gesetz für die transmittierte Intensität

$$I(x, y) = I_0(x, y) \exp\left(-\sigma_\pi \int \varrho(x, y, z) dz\right). \quad (3.22)$$

Der atomare Wirkungsquerschnitt für linear polarisiertes resonantes Licht lässt sich durch Mittelung über die Clebsch-Gordon-Koeffizienten sämtlicher  $\pi$ -Übergänge [Die01] abschätzen zu

$$\sigma_\pi = \frac{3}{7} \cdot \frac{3\lambda^2}{2\pi}. \quad (3.23)$$

Sättigungseffekte sind vernachlässigbar, da die aus Leistung und Strahlquerschnitt des Abbildungslasers berechnete maximale Intensität von  $69 \mu\text{W}/\text{cm}^2$  deutlich unterhalb der Sättigungsintensität  $I_{\text{Sat}} = 1.6 \text{mW}/\text{cm}^2$  liegt. Aus (3.22) ergibt sich für die in  $z$ -Richtung integrierte atomare Teilchendichte

$$n(x, y) := \int \varrho(x, y, z) dz = -\frac{1}{\sigma_\pi} \ln \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)}. \quad (3.24)$$

Ihre Bestimmung erfordert lediglich die Kenntnis des Verhältnisses der Intensitäten  $I(x, y)/I_0(x, y)$ . Dazu werden im Abstand von 100 ms drei Abbildungen aufgenommen. Nach der Abbildung mit Atomen ( $I'(x, y)$ ) erfolgt eine zweite bei sonst gleichen Bedingungen ohne Atome ( $I'_0(x, y)$ ) und zur Offsetkorrektur eine dritte mit ausgeschaltetem Abbildungslaser ( $I'_{\text{aus}}(x, y)$ ). Das Intensitätsverhältnis ist gegeben durch

$$\frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} = \frac{I'(x, y) - I'_{\text{aus}}(x, y)}{I'_0(x, y) - I'_{\text{aus}}(x, y)}. \quad (3.25)$$

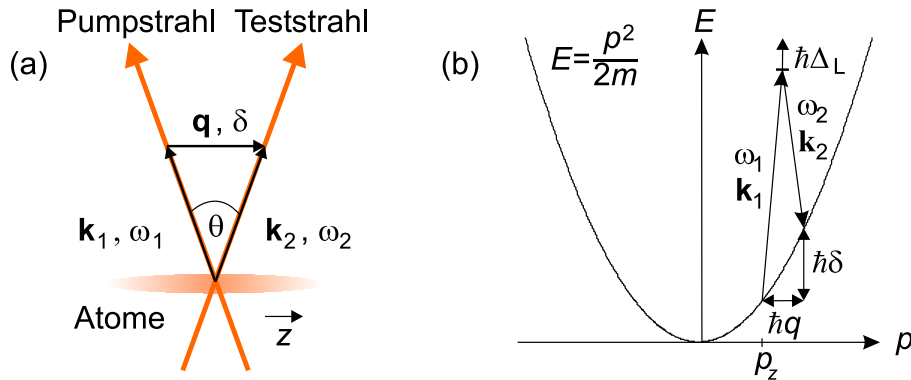
Die CCD-Kamera integriert jeweils über das Flächenelement  $\Delta A$ , das auf einem Pixel abgebildet wird. Deshalb wandelt sich bei der Berechnung der Atomzahl die Integration in eine Summation über alle (ausgelesenen) Pixel und es gilt

$$N = \int n(x, y) dx dy = -\frac{2\Delta A}{\sigma_\pi} \sum_{\text{alle Pixel}} \ln \left( \frac{I'(x, y) - I'_{\text{aus}}(x, y)}{I'_0(x, y) - I'_{\text{aus}}(x, y)} \right). \quad (3.26)$$

Der Faktor zwei trägt der Tatsache Rechnung, dass nur die Hälfte der Pixel ausgelesen wird. Die Belichtungsdauer von 150  $\mu\text{s}$  ist so gewählt, dass die 8-Bit-Dynamik des CCD-Chips voll ausgeschöpft wird. Während der Belichtungsdauer ist der Titan-Saphir-Laser grundsätzlich ausgeschaltet. Dieses ist aus zwei Gründen erforderlich. Zum einen lässt sich durch die ortsabhängige Stark-Verschiebung bei angeschalteter Dipolfalle nicht mehr erreichen, dass die atomaren Übergänge in Resonanz mit dem Abbildungslicht sind. Außerdem stört das Streulicht des Titan-Saphir-Lasers auf dem Einkoppelspiegel in hohem Maße die Abbildung.

### 3.3.3 RIR-Messungen

Rückstoßinduzierte Resonanzen (RIR) [Guo92, Cou94] beruhen auf elastischen Zwei-Photonen-Raman-Prozessen, die lediglich den Bewegungszustand der beteiligten freien Atome ändern. Da sowohl das absorbierte als auch das emittierte Lichtfeld eingestrahlt werden, ist auch die Bezeichnung „induzierte Compton-Streuung“ geläufig.



**Abbildung 3.19:** (a) Schematische Skizze des RIR-Aufbaus. (b) Impulsselektion aufgrund von Energie- und Impulserhaltung. Nur für Atome mit dem Anfangsimpuls  $p_z$  liegt auch der Endpunkt des Zwei-Photonen-Prozesses auf der atomaren Energie-Impuls-Parabel.

Der schematische Aufbau geht aus Abb. 3.19(a) hervor. Zwei Laserstrahlen gleicher linearer Polarisation mit Frequenzen  $\omega_{1,2}$  und Wellenzahlvektoren  $\mathbf{k}_{1,2}$ , im Folgenden gemäß der Abbildung als Pumpstrahl und Teststrahl bezeichnet, treffen sich am Ort der Atome unter einem Winkel  $\theta$ . Ihre Verstimmung bezüglich der atomaren Resonanz beträgt viele Linienbreiten,  $|\Delta_L| \gg \Gamma$ , so dass spontane Prozesse vernachlässigbar sind. Für den Betrag des Differenzwellenzahlvektors  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$  gilt wegen  $k_1 \approx k_2 =: k_L$

$$q = q_z \approx 2k_L \sin\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (3.27)$$

Aufgrund der Bedingung, dass in dem Streuprozess Energie und Impuls erhalten sein müssen, können bei vorgegebener Differenzfrequenz  $\delta = \omega_2 - \omega_1$  nur Atome an dem Prozess teilnehmen, deren  $z$ -Komponente des Impulses den Betrag

$$p_z = \frac{m\delta}{q} \quad (3.28)$$

besitzt. In diesem Punkt beträgt die Steigung der atomaren Energie-Impuls-Parabel gerade  $\delta/q$ . Nach dem Streuprozess beträgt die Impulskomponente  $p_z + \hbar q$ . Dieses ist in Abb. 3.19(b) graphisch dargestellt.

Da der Vorgang in beide Richtungen abläuft, hängt die Frage, welcher der beiden Strahlen Verstärkung und welcher Abschwächung erfährt, vom Besetzungsverhältnis der beiden beteiligten Impulsklassen ab. Die Netto-Photonenstreureate zwischen den Strahlen ist gegeben durch

$$W(\delta = vq) = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta_L} \right)^2 \hbar \frac{\partial \Pi}{\partial v} \Big|_{v=\frac{\delta}{q}}, \quad (3.29)$$

wobei  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  für die Rabi-Frequenzen der beiden Strahlen stehen. Wird  $\delta$  bei konstantem  $\omega_2$  kontinuierlich über einige 100 kHz durchgestimmt, so weist daher die Intensität des Teststrahls eine Resonanz auf, deren Form die Ableitung der auf die  $z$ -Richtung projizierten atomaren Geschwindigkeitsverteilung  $\Pi(v)$  widerspiegelt. Bei einer thermischen Geschwindigkeitsverteilung

$$\Pi_{\text{th}}(v) = N \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) \quad (3.30)$$

lässt sich deshalb aus dem RIR-Signal die Temperatur gewinnen [Cou94]. Aber auch nichtthermische Verteilungen lassen sich analysieren. In dieser Arbeit dienen die RIR-Messungen zur Untersuchung der Geschwindigkeitsverteilung in Richtung der im Resonator zirkulierenden Lichtfelder.

### Optischer Aufbau

Der optische Aufbau zur Durchführung der RIR-Messungen ist in Abb. 3.20 dargestellt. Ein variabler Teil der Leistung eines zusätzlichen Diodenlasers wird nach

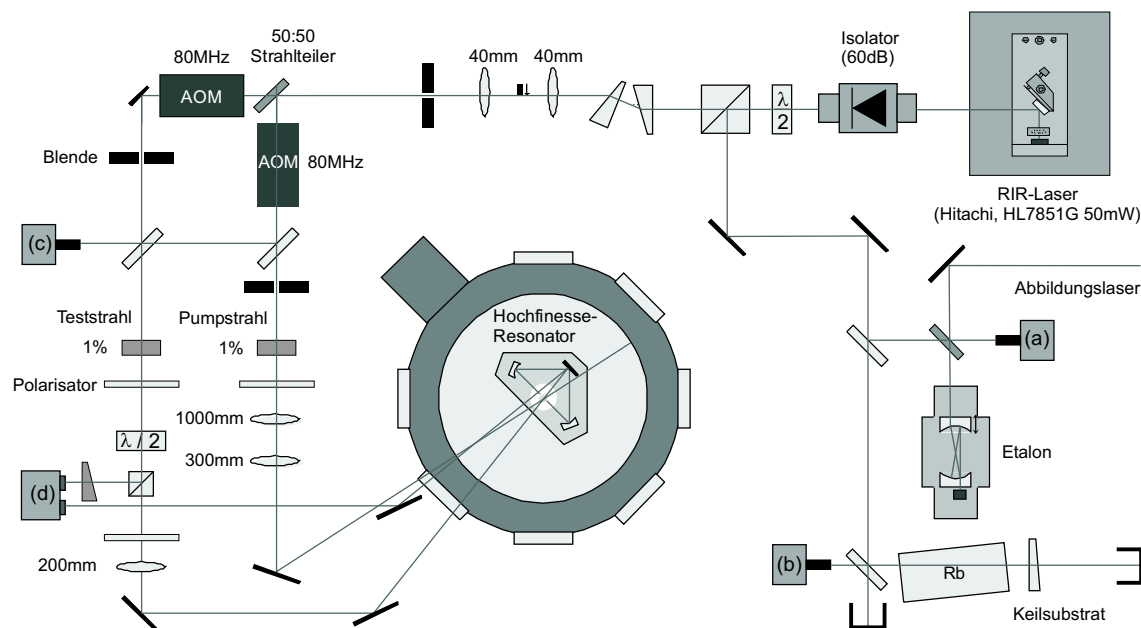


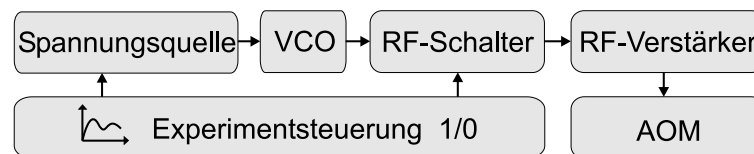
Abbildung 3.20: Strahlengang zur Messung der RIR-Signale.

Passieren eines optischen Isolators mittels einer Kombination aus  $\lambda/2$ -Plättchen und polarisierendem Strahlteilerwürfel seitlich ausgekoppelt. Ein konfokales Etalon dient zur Kontrolle der Modenstruktur. Die Frequenz wird mittels einer linear aufgebauten Sättigungsspektroskopie und mittels des Schwebungssignal mit dem Abbildungslaser, das eine Avalanche-Fotodiode (a) mit einer Bandbreite von 1 GHz detektiert, überwacht und gegebenenfalls stabilisiert. Hinter dem anamorphen Prismenpaar steht im Fokus eines (1:1)-Teleskops ein kleiner mechanischer Verschluss, der den Laser innerhalb von  $100 \mu\text{s}$  öffnet bzw. schließt. Während der eigentliche Schaltvorgang durch die nachfolgenden AOMs erfolgt, verhindert der mechanische Verschluss gemeinsam mit der hinter ihm stehenden Lochblende, dass Streulicht in die Vakuumkammer gelangt.

Nach der Aufteilung in Pump- und Teststrahl filtert eine Lochblende hinter einem AOM (Crystal Technology, AOM 3080-120) jeweils dessen erste Beugungsordnung heraus. Fotodiode (c) detektiert die Schwebung der beiden Teilstrahlen und dient damit zur optischen Kontrolle der Differenzfrequenz. Pump- und Teststrahl werden anschließend mit Graufiltern abgeschwächt, nachpolarisiert und mit Linsen so angepasst, dass sie am Ort der Dipolfalle bei einer Leistung von  $90 \mu\text{W}$  bzw.  $20 \mu\text{W}$  einen  $1/e^2$ -Radius von  $100 \mu\text{m}$  besitzen. Um den Strahlungsdruck gering zu halten, sind die Strahlen typischerweise  $250 \text{ MHz}$  bezüglich des ( $F=3 \rightarrow F'=4$ )-Übergangs von  $^{85}\text{Rb}$  blauerstimmt, vergleiche Abb. 3.3. Sie schließen einen Winkel von  $8^\circ$  ein und treffen so auf die Dipolfalle, dass  $\mathbf{q}$  in Richtung des im Resonator umlaufenden Lichts weist. Der Teststrahl erfährt eine Reflexion am Einkoppelspiegel des Ringresonators und trifft auf den Eingang einer bei einer Bandbreite von  $200 \text{ kHz}$  hinsichtlich Rauscharmut ( $12 \text{ mV}$ ) und Empfindlichkeit ( $2.9 \text{ V}/\mu\text{W}$ ) optimierten Differenzfotodiode. Vor dem Ringresonator zweigt eine Kombination aus  $\lambda/2$ -Plättchen und polarisierendem

Strahlteilerwürfel einen Teil des Teststrahls ab und lenkt ihn durch einen Graukeil hindurch auf den zweiten Eingang der Fotodiode. Dieses ist erforderlich, um bei dem ungünstigen Verhältnis zwischen Signal und Offset von etwa einem Prozent den Offset zu kompensieren und Intensitätsschwankungen zu eliminieren.

Für die Messungen muss die Differenzfrequenz von Pump- und Teststrahl auf mindestens 1 kHz stabil sein. Spezielle auf diese Anforderung zugeschnittene sehr rauscharme, steuerbare Gleichspannungsquellen [Ben02] liefern die Steuerspannung für die VCOs (Mini-Circuits, ZOS-150). In Abb. 3.21 ist die elektronische Anordnung zur Ansteuerung der AOMs skizziert. Gesteuert über einen analogen Ausgang der zentralen Experimentsteuerung (siehe dazu Kap. 3.4) erzeugt die Gleichspannungsquelle eine rauscharme lineare Spannungsrampe, die der VCO in eine Frequenzrampe umwandelt. Über einen digitalen Ausgang kann die Experimentsteuerung mittels eines dem RF-Verstärker (Mini-Circuits, ZHL-3A) vorgeschalteten RF-Schalters (Mini-Circuits, ZMSW-1211) die erste Beugungsordnung in 1  $\mu$ s sehr reproduzierbar aus- bzw. einschalten.



**Abbildung 3.21:** Elektronische Ansteuerung der AOMs. Das analoge Steuersignal liegt nur im Falle des Pumplasers an der rauscharmen Spannungsquelle an.

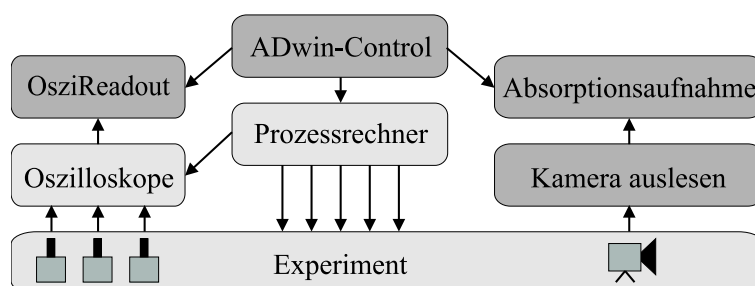
Die RIR-Messung verändert unweigerlich die zu messende Geschwindigkeitsverteilung. Um diesen die Messung störenden Einfluss so gering wie möglich zu halten, muss nicht nur die Intensität von Pump- und Teststrahl sehr klein sondern auch die Durchstimmgeschwindigkeit hinreichend groß sein. Zu große Werte führen jedoch zu Oszillationen [Fis01, Kru03a], die eine Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung unmöglich machen. Eine Durchstimmgeschwindigkeit von 2 kHz/ $\mu$ s hat sich als optimal erwiesen.

### 3.4 Experimentsteuerung

Experimente mit ultrakalten atomaren Gasen zeichnen sich in der Regel durch eine kurze Zyklusdauer von wenigen Sekunden aus, während der die einzelnen Manipulationen mit einer Genauigkeit im Mikrosekundenbereich erfolgen müssen. Deshalb ist eine elektronische Steuerung unabdingbar. In der vorliegenden Arbeit dient ein Prozessrechner (Keithley, ADwin-Pro) als programmierbarer, modular erweiterbarer Vielkanalfunktionsgenerator. In der aktuellen Konfiguration besitzt er 32 TTL-Digital- und 16 Analogausgänge, wobei Letztere eine Auflösung von 16 bit und wahlweise einen Ausgangsspannungsbereich von  $\pm 10$  V,  $\pm 5$  V oder 0-10 V besitzen. Bei

einer absoluten Genauigkeit von 25 ns folgt einem digitalen Schaltvorgang eine Totzeit von 2  $\mu$ s und einem analogen eine von 4  $\mu$ s.

Während die analogen Kanäle Spulenströme und Laserverstimmungen und -intensitäten steuern, übernehmen die digitalen Ausgänge die Triggerung der Abbildungskamera, der Oszilloskope und des Einfriermodus der Regelungen des Titan-Saphir-Lasers sowie das Ein- und Ausschalten der Laser. Dieses geschieht entweder über AOMs oder über mechanische Verschlüsse. Für die Ansteuerung der Verschlüsse ist die Hälfte der digitalen Ausgänge mit einer Elektronik versehen, die das TTL-Signal in eine 24 V-Spannung umwandelt.



**Abbildung 3.22:** Kommunikationsstruktur zwischen Prozessrechner, Experiment, verschiedenen Oszilloskopen und den vier auf dem PC laufenden Teilprogrammen. Diese sind dunkel unterlegt.

Ein eigens entwickeltes Programmpaket (tau-tec, ADwinControl) stellt eine bedienungsfreundliche Benutzeroberfläche zur Verfügung, mit der sich das Experiment vom PC aus steuern lässt. Neben der Bedienung des Prozessrechners ermöglicht es dessen Programmierung und eine vollautomatisierte Datenerfassung. Die Kommunikationsstruktur ist in Abb. 3.22 skizziert.

Das Kernprogramm ADwinControl beinhaltet neben der Bedienungskonsole, mit der die Programme auf den Prozessrechner übertragen und gestartet und gestoppt werden, auch eine Makrosprache, die ein einfaches und modulares Programmieren erlaubt. Sämtliche Berechnungen und Optimierungen bezüglich der zeitlichen Abfolge der Ausgangssignale finden auf dem PC statt. Der Prozessrechner erhält lediglich eine optimierte Liste der gewünschten Schaltzeitpunkte, die er völlig autark abarbeitet. Über externe Variablen beziehungsweise durch die Verwendung von Schleifen lassen sich auch im laufenden Betrieb Variablen ändern. Die Verwendung von Schleifen gestattet insbesondere eine komfortable Durchführung von Parameterstudien.

Das Auswertungsprogramm für Absorptionsaufnahmen, das seine Daten von dem Ausleseprogramm der Kamera erhält, und die OsziReadout-Programme arbeiten bei der Datenspeicherung insofern eng mit ADwin-Control zusammen, als dass gemeinsam mit der Abbildung und den Oszilloskopkurven unter anderem auch der Programm-Code samt den Werten der wesentlichen Variablen abgespeichert wird. Dieses ermöglicht nicht nur die spätere Reproduktion der einzelnen Messungen sondern vereinfacht auch die Auswertung, da sowohl Daten als auch Parameter in elektronischer Form vorliegen.

# 4 Laden der Resonatordipolfalle

Das System, dessen Dynamik das zentrale Thema dieser Arbeit darstellt, setzt sich zusammen aus den beiden entgegengesetzt umlaufenden Lichtfeldern im Innern eines Hochfinesse-Ringresonators und den in diesen Lichtfeldern gefangenen kalten Atomen. Während die Lichtfelder im Rahmen der Resonatordipolfalle in Kap. 3.2 ausführlich behandelt wurden, beschäftigt sich dieses Kapitel mit den kalten Atomen.

Die Vorgehensweise beim Laden der Resonatordipolfalle mit kalten Atomen orientiert sich an Ergebnissen aus [Gri00] und [Kup00]. Der Ablauf lässt sich unterteilen in MOT-Phase, Dunkel-MOT-Phase und Dipolfallenphase. Während die MOT-Phase, die zum Sammeln und Kühlen der Atome dient, die kalte Atomwolke erzeugt, erfolgt der Transfer der Wolke in die Resonatordipolfalle während der Dunkel-MOT-Phase. Der Ladevorgang ist mit Beginn der Dipolfallenphase bereits abgeschlossen. Sie ist dennoch Bestandteil dieses Kapitels, denn im Folgenden werden nicht nur die einzelnen Phasen im Hinblick auf ihren experimentellen Ablauf erläutert, sondern auch die atomaren Wolken sowohl in der MOT als auch insbesondere in der Dipolfalle charakterisiert. Nach der Behandlung der drei aufeinander folgenden Phasen in den Kap. 4.1 bis 4.3 geht abschließend Kap. 4.4 auf Änderungen des Aufbaus und auf deren Auswirkungen auf den Ladeprozess ein.

## 4.1 MOT-Phase

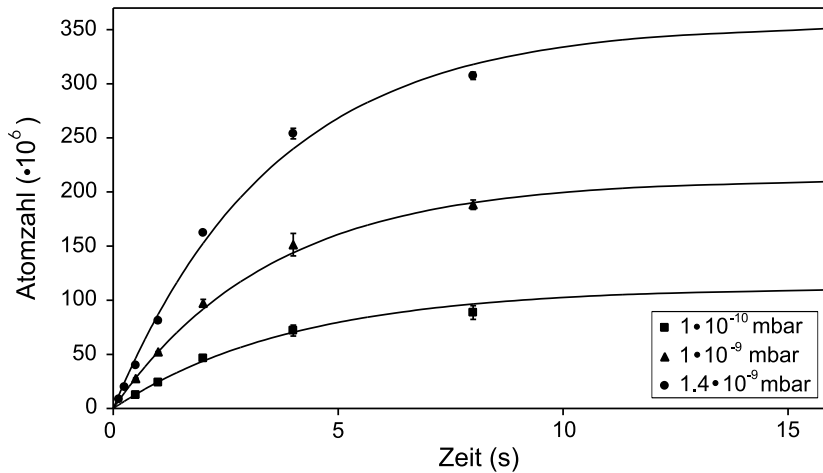
Die MOT-Phase besitzt eine Dauer von 15 s. Während dieser gesamten Zeit erfolgen keinerlei Schaltvorgänge. Das System verharrt vielmehr in dem Zustand, in dem sich die MOT optimal mit Atomen füllt und der zu einer maximalen Dichte an kalten Atomen führt. Dieses ist bei einer Kühllaserverstimmung von -14 MHz und dem maximal erreichbaren axialen Magnetfeldgradienten von 9 G/cm der Fall. Höhere Gradienten lassen die verwendeten Stromtreiber nicht zu. Der Titan-Saphir-Laser muss während der MOT-Phase angeschaltet bleiben, da andernfalls sowohl seine Intensitäts- als auch seine Phasenstabilisierung versagen würden. Wie in Kap. 3.2.4 beschrieben, verkraften die beiden Stabilisierungen zwar ein kurzes Ausschalten des Titan-Saphir-Lasers, bei Zeitdauern oberhalb einer Sekunde brechen sie jedoch zusammen. Um eine Beeinträchtigung des Ladevorgangs der MOT durch die Stark-Verschiebung oder den Strahlungsdruck der Dipolfalle auszuschließen, sind die Ströme in den Magnetfeldspulen so gewählt, dass die MOT 3 mm oberhalb der Dipolfalle geladen wird. Nach einer Ladedauer von 15 s stellt sich eine Sättigung der Atomzahl ein, so dass eine weitere Verlängerung der MOT-Phase keinen nennenswerten Zugewinn an Atomen mit sich bringt.

Der Dispenser als Quelle der  $^{85}\text{Rb}$ -Atome wird nicht nur während der MOT-Phase, sondern während des gesamten Experimentierzyklusses kontinuierlich betrieben. Bei einer Stromstärke von 4 A steigt der Druck von einem Wert unterhalb  $1 \cdot 10^{-10}$  mbar auf ca.  $1 \cdot 10^{-9}$  mbar. Bei längerem Betrieb des Dispensers dauert es nach seinem Ausschalten mehrere Tage, bis sich der ursprüngliche Druck wieder einstellt. Dieses lässt auf eine Adsorption der vom Dispenser emittierten Atome an den Oberflächen im Innern der Vakuumkammer schließen, die eine langsame und allmähliche Freigabe der adsorbierten Atome zur Folge hat [Wie95].

Unter Vernachlässigung von Zwei-Körper-Stößen gehorcht die Zahl der während des Ladevorgangs in der MOT gefangenen Atome der Gleichung [Mon90]

$$N^{\text{MOT}}(t) = N_0^{\text{MOT}} \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right). \quad (4.1)$$

Dabei ist  $N_0^{\text{MOT}}$  die Gleichgewichtsatomzahl und  $\tau$  die Lebensdauer der Atome in der Falle. Aus den Ladekurven in Abb. 4.1 ergibt sich  $\tau \approx 4$  s [Rud02].



**Abbildung 4.1:** Ladekurven der MOT für unterschiedliche Dispenserströme und damit Gasdrücke in der Vakuumapparatur. Neben den Messwerten sind die Näherungskurven gemäß (4.1) eingezeichnet [Rud02].

Die Gleichgewichtsatomzahl  $N_0^{\text{MOT}} = L\tau$  ist dann erreicht, wenn Laderate  $L$  und Verlustrate  $N^{\text{MOT}}/\tau$  gleich groß sind. Da der Druck bei ausgeschaltetem Dispenser mehr als eine Größenordnung unter dem Druck während des Betriebs der Falle liegt, sind Verluste aufgrund von Stößen mit Atomen dieses Restgasanteils vernachlässigbar. Unter der Annahme, dass die aus dem Dispenser austretenden Atome unabhängig von dessen Temperatur stets denselben prozentualen Anteil an einfangbaren, d.h. hinreichend langsamen,  $^{85}\text{Rb}$ -Atomen enthalten, sind sowohl  $L$  als auch die Rate  $1/\tau$ , mit der ein gefangenes Atom Stöße mit schnellen, nicht einfangbaren Atomen erleidet, proportional zur Gesamtzahl der emittierten Atome.  $N_0^{\text{MOT}}$  sollte deshalb unabhängig von der Dispensertemperatur sein. Der Zusammenhang mit dem Durchmesser  $d$  des Einfangbereichs der MOT und der Einfanggeschwindigkeit

$v_f$  ist gegeben durch [Mon90]

$$N_0^{\text{MOT}} \propto d^2 v_f^4 . \quad (4.2)$$

Für ausreichende Laserintensität,  $I > I_{\text{sat}}$ , gilt für die Einfanggeschwindigkeit  $v_f \propto \sqrt{d}$ , so dass aus (4.2) folgt [Ada97]

$$N_0^{\text{MOT}} \propto d^4 . \quad (4.3)$$

Diese Gleichung verdeutlicht, hinreichend Laserleistung und einen guten optischen Zugang vorausgesetzt, die Wichtigkeit eines großen Strahlquerschnitts der MOT-Laser.

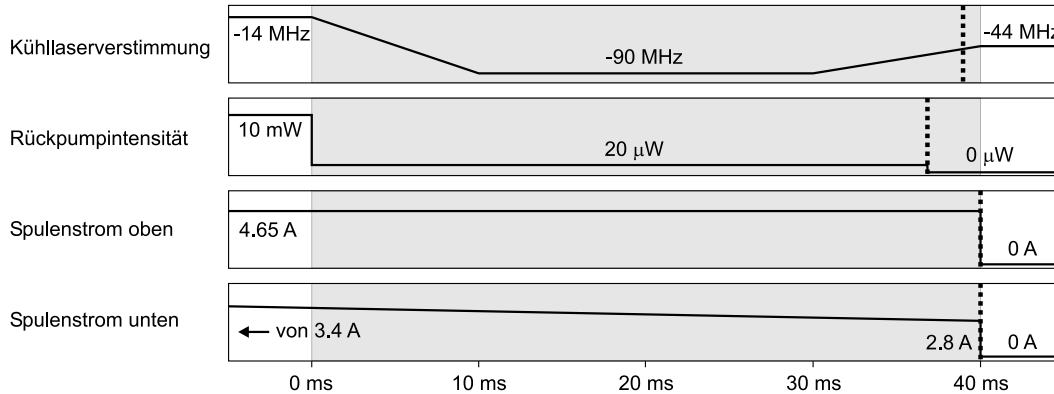
Aus Abb. 4.1 ist ersichtlich, dass im Gegensatz zu den theoretischen Überlegungen die experimentell beobachtete Atomzahl  $N_0^{\text{MOT}}$  nicht unabhängig von der Dispensertemperatur ist. Bei höheren Temperaturen steigt vielmehr mit zunehmendem Druck auch  $N_0^{\text{MOT}}$ , bis schließlich bei  $1.8 \cdot 10^{-9}$  mbar Sättigung eintritt. Dieses lässt sich dadurch erklären, dass ein kontinuierlich betriebener Dispenser zwei alternative Ladeprozesse anbietet, nämlich zum einen aus dem an den Kammerwänden thermalisierten Hintergrundgas und zum anderen direkt aus dem heißen Atomstrahl. Obwohl für jeden einzelnen Prozess das obige Argument gilt und deshalb für einen Prozess allein jeweils  $N_0^{\text{MOT}}$  unabhängig von der Dispensertemperatur wäre, kann das Verhältnis, in dem die beiden Prozesse zu dem Ladevorgang beitragen, sehr wohl einen Einfluss auf  $N_0^{\text{MOT}}$  haben. Dieses Verhältnis ist druckabhängig. Eine Verschiebung bei höheren Drücken zugunsten des Hintergrundgases ergäbe aufgrund dessen niedrigerer Temperatur einen Anstieg von  $N_0^{\text{MOT}}$ . In diesem Zusammenhang ist die ausgeprägte Neigung des Rubidiums zu beachten, sich an Oberflächen anzulagern [Wie95]. Deshalb wird das Rubidium nicht nur von der Ionengetterpumpe, sondern auch von den Wänden der Vakuumkammer „gepumpt“. Erst bei hohen Teilchenstromdichten aus dem Dispenser verliert dieser Effekt an Bedeutung. Bei steigender Dispensertemperatur ist daher tatsächlich ein überhöhter Anstieg des Hintergrundgasdrucks zu erwarten. Zusätzlich ändert sich die Gaszusammensetzung in der Vakuumkammer zugunsten des Rubidiums, da andere Gasbestandteile nicht in dem Maße von den Kammerwänden „gepumpt“ werden.

Die Bestimmung von Atomzahl, mittlerer Dichte und Temperatur erfolgt mittels Absorptionsabbildung, siehe Kap. 3.3.2. Unter optimalen Bedingungen lassen sich  $3.5 \cdot 10^8$  Atome bei einer Temperatur von  $150 \mu\text{K}$  und einer mittleren Dichte von  $10^{10}$  Atomen/cm<sup>3</sup> einfangen [Rud02]. Die Bestimmung der mittleren Dichte geht von einer sphärisch symmetrischen Dichteverteilung aus, deren Volumen durch den  $1/e$ -Radius gegeben ist.

## 4.2 Dunkel-MOT-Phase

Während der Dunkel-MOT-Phase erfolgt das Umladen von der MOT in die Dipolfalle. Der zeitliche Ablauf der experimentellen Schritte, der zu einer maximalen Zahl

an umgeladenen Atomen führt, ist in Abb. 4.2 dargestellt.

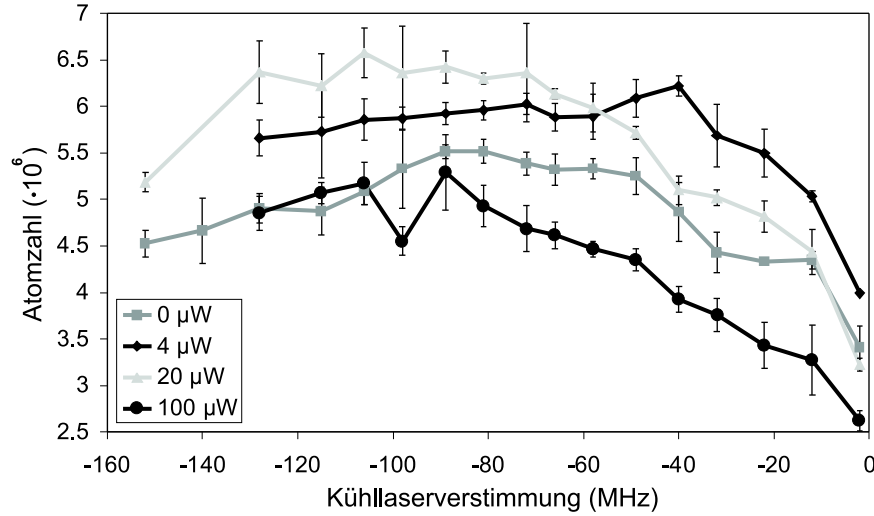


**Abbildung 4.2:** Zeitlicher Ablauf der Dunkel-MOT-Phase. Sie ist grau unterlegt. Der Zeitpunkt des Ausschaltens ist jeweils durch eine unterbrochene Linie eingezeichnet.

Das Umladen erfordert eine räumliche Überlagerung der beiden Fallen. Dazu wird der Strom in der unteren MOT-Spule ausgehend von seinem Wert während der MOT-Phase (3.4 A) linear innerhalb von 120 ms auf 2.8 A verringert. Der Startzeitpunkt der linearen Rampe 80 ms vor dem Beginn der Dunkel-MOT-Phase ist so gewählt, dass während der gesamten Dunkel-MOT-Phase die Atomwolke der MOT und die Dipolfalle überlappen. Während der Dauer der Dunkel-MOT-Phase von 40 ms wird die Wolke langsam und gleichmäßig vertikal über die deutlich schmalere Dipolfalle hinweggeschoben. Experimentell hat sich gezeigt, dass dieses Vorgehen eine leichte Steigerung der transferierten Atomzahl mit sich bringt.

Bezüglich der Laserparameter ist die Umladeeffizienz primär von der Verstimmung des Kühllasers und der Intensität des Rückpumpasers abhängig [Kup00]. Abb. 4.3 zeigt für vier verschiedene Rückpumpintensitäten die Abhängigkeit der Zahl an umgeladenen Atomen von der Kühlaserverstimmung. Für eine Tiefe der Dipolfalle von ca. 1 mK ergeben sich optimale Werte für eine Rückpumpleistung von 20  $\mu$ W bei einer Kühlaserverstimmung im Bereich von -90 MHz. Noch bessere Ergebnisse liefert ein etwas komplizierterer Verlauf, bei dem die Kühlaserverstimmung in den ersten 10 ms der Dunkel-MOT-Phase linear von -14 MHz auf -90 MHz erhöht und nach 20 ms wieder innerhalb von 10 ms linear auf -44 MHz herabgesetzt wird.

Obwohl jeweils etwa um einen Faktor 3 größer, entsprechen die optimalen Werte für Kühlaserverstimmung und Rückpumpintensität qualitativ den Ergebnissen aus [Kup00]. Sowohl die Reduktion der Rückpumpleistung als auch die Erhöhung der Kühlaserverstimmung wirken dichtebegrenzenden Prozessen in der MOT entgegen. Zu diesen zählen neben inelastischen Stößen zwischen Grundzustandsatomen, bei denen sich der Hyperfeinstrukturzustand eines der beiden Stoßpartner ändert, und dem nach außen gerichteten Strahlungsdruck aufgrund von Reabsorption des Kühllaserlichtes insbesondere lichtinduzierte Stöße. Die entscheidende Bedeutung wird dabei nicht den feinstrukturändernden Stößen zugeschrieben, sondern vielmehr dem so genannten „Radiative Escape“ [Kup00]. Hier basiert der Verlustmechanismus auf

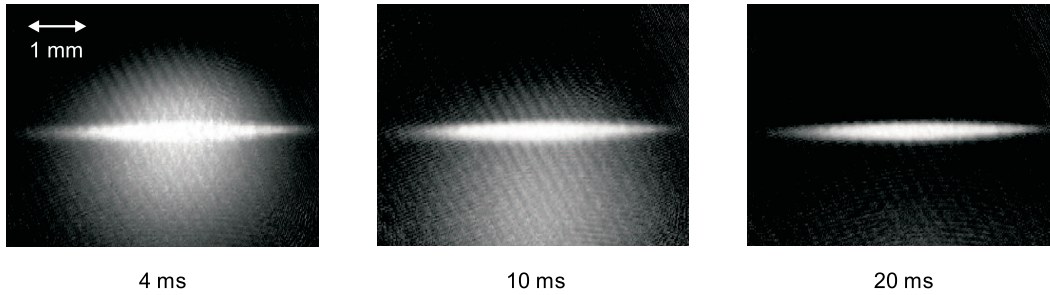


**Abbildung 4.3:** Abhängigkeit der Zahl an umgeladenen Atomen von der Kühlserverstimmung während der Dunkel-MOT-Phase, gemessen für vier verschiedene Leistungen des Rückpumpasers. Zur besseren Übersicht sind die einzelnen Messwerte linear verbunden. Geladen wurde eine Stehwelle mit einer Falltiefe von ungefähr 1 mK bei einem Druck von  $4 \cdot 10^{-10}$  mbar [Rud02].

dem Zugewinn an kinetischer Energie, den zwei Atome während der Lebensdauer des angeregten Zustands aufgrund der Beschleunigung im langreichweitigen, attraktiven Wechselwirkungspotential zwischen angeregtem und Grundzustandsatom erfahren [Gal89]. Die Wirkungsweise von reduzierter Rückpumpleistung und erhöhter Kühlserverstimmung besteht darin, die Population des niederenergetischen ( $F=2$ )-Grundzustands zu vergrößern und die Anregungsrate zu verringern.

Am Ende der Dunkel-MOT-Phase wird zuerst der Rückpumpaser ausgeschaltet und 2 ms später der Kühllaser. Auf diese Weise werden die Atome in den ( $F=2$ )-Grundzustand gepumpt, so dass Verluste aufgrund von hyperfeinstrukturändernden Stößen ausgeschlossen sind. Das Ausschalten des Magnetfeldes erfolgt direkt im Anschluss. Wie in Abb. 4.4 dargestellt, fallen die nicht in die Dipolfalle transferierten Atome im Gravitationsfeld nach unten, und es bleiben lediglich die Atome in der Dipolfalle übrig.

Prinzipiell wäre es vorteilhaft, zuerst das Magnetfeld und dann die Laser auszuschalten [Gri00]. Die dadurch entstehende kurze Melassephase senkt die Temperatur in der Dipolfalle nicht nur aufgrund von Subdopplerkühlmechanismen [Dre94] ab. Vielmehr eliminiert diese Reihenfolge auch das Problem, dass bei unvollkommener Überlagerung der Fallenzentren von MOT und Dipolfalle die Atome nicht in das Potentialminimum geladen werden und deshalb einen Überschuss an potentieller Energie besitzen. Voraussetzung für die Vorteilhaftigkeit ist allerdings, dass sich der Feldnullpunkt während des Ausschaltens des Magnetfeldes nicht verschiebt und dass der Strahlungsdruck der MOT-Strahlen ausgeglichen ist. Diese Bedingungen waren zum Zeitpunkt der Optimierung nicht erfüllt.

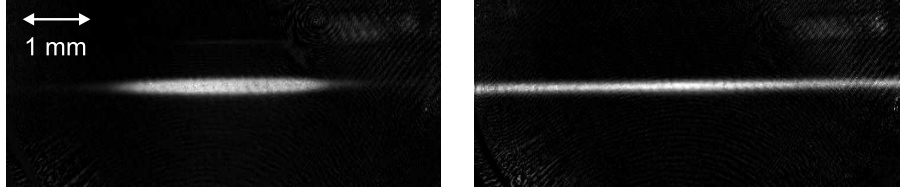


**Abbildung 4.4:** Absorptionsoptionen der Stehwelldipolfalle direkt nach der Dunkel-MOT-Phase. Angegeben ist jeweils der zeitliche Abstand zwischen dem Ausschalten des Magnetfeldes und dem Zeitpunkt der Aufnahme [Rud02].

Die Ladeeffizienz hängt von der Falltiefe ab. Sie nimmt zu tieferen Fallen hin zu, erreicht bei einer Falltiefe von ca. 3 mK (in Einheiten der Boltzmannkonstanten  $k_B$ ) ein Maximum und fällt anschließend steil ab. Dabei ist es unerheblich, ob in den Resonator beidseitig oder nur einseitig eingekoppelt wird, d.h., ob es sich um eine Laufwellen- oder Stehwelldipolfalle handelt.

Der Anstieg lässt sich durch das größere Volumen und die damit verbundene größere Oberfläche tieferer Fallen erklären, die mit einer erhöhten Laderate verbunden ist. Außerdem bewirkt die Stark-Verschiebung, dass mit der Falltiefe die Rotverstimmungen von Kühl- und Rückpump Laser im Fallenzentrum anwachsen, wodurch die Anregungsrate und damit auch die Verlustrate sinken. Dieser Effekt wird dadurch verstärkt, dass ein Atom leichter aus einer flachen Falle entkommt [Kup00]. Der steile Abfall könnte darauf zurückzuführen sein, dass die optimale Verstimmung des Kühllasers während der Dunkel-MOT-Phase von der Falltiefe abhängt. Mit steigender Tiefe muss sie reduziert werden [Kup00]. Insbesondere entspricht eine Verstimmung von -121 MHz einer resonanten Einstrahlung auf dem ( $F=3 \rightarrow F'=3$ )-Übergang und dürfte sehr hohe Heizraten verursachen. Unter Vernachlässigung der Verschiebung des  $5P_{3/2}$ -Niveaus entspricht eine Falltiefe von 1 mK einer zusätzlichen Rotverstimmung von 20.8 MHz. Die Frage, ob sich bei adäquater Anpassung der Verstimmung auch tiefere Fallen laden lassen, kann nur durch genauere experimentelle Untersuchungen beantwortet werden.

Die maximale Ladeeffizienz der Stehwelldipolfalle liegt bei 20%. Es konnten bis zu  $N_0^{\text{dip}} = 4 \cdot 10^7$  Atome transferiert werden. Diesen Werten liegen die Atomzahlen 40 ms nach dem Ausschalten des Magnetfeldes zugrunde. Eine Messung zu einem früheren Zeitpunkt ist nicht möglich, da zuerst die nichtgefangenen Atome den Abbildungsbereich verlassen haben müssen, vergleiche Abb. 4.4. Im Falle der Laufwellendipolfalle wird eine genaue Atomzahlbestimmung dadurch verhindert, dass sich die Atome entlang des Strahls durch den fehlenden starken Einschluss in dieser Richtung ausbreiten und deshalb teilweise den Abbildungsbereich der Kamera verlassen. In Abb. 4.5 sind die Verteilungen der kalten Atome in der Stehwelle und in der Laufwelle vergleichend nebeneinander dargestellt. Maximal konnten  $2.2 \cdot 10^7$  Atome in der Laufwelle nachgewiesen werden. Deshalb ist die Ladeeffizienz der Laufwelle



**Abbildung 4.5:** Räumliche Verteilung der Atome in der Stehwelle- (links) und in der Laufwellendipolfalle (rechts). Die Absorptionsspektroskopie erfolgte jeweils 40 ms nach dem Ausschalten des Magnetfeldes. In horizontaler Richtung ist der gesamte Abbildungsbereich der Kamera dargestellt.

vermutlich mindestens eben so hoch wie die der Stehwelle.

Eine mittlere Dichte lässt sich dadurch berechnen, dass die gemessene Atomzahl durch ein zylinderförmiges Volumen dividiert wird, dessen Durchmesser und Länge durch den mittels Absorptionsspektroskopie bestimmten vertikalen bzw. horizontalen  $1/e$ -Durchmesser der atomaren Dichteverteilung gegeben sind. Für die Stehwelle ergeben sich Dichten von bis zu  $4 \cdot 10^{11}$  Atomen/cm<sup>3</sup>, und für die Laufwelle liegen sie um etwa einen Faktor 6 darunter.

Die Maximaldichten  $n_{\max}^{\text{dip}}$  sind dagegen in den beiden Fallentypen sehr unterschiedlich, da in der Stehwelle die Atome in Strahlrichtung nicht gleichmäßig verteilt sind, sondern sich vielmehr vorwiegend in den Stehwellenbäuchen aufhalten. Dabei verteilen sie sich auf ungefähr  $10^4$  Bäuche. Aus der Normierung der atomaren Dichteverteilung

$$N_0^{\text{dip}} = \int_V n^{\text{dip}}(\mathbf{r}) \, d\mathbf{r} = \int_V n_{\max}^{\text{dip}} \cdot \exp\left(-\frac{U(\mathbf{r})}{k_B T}\right) \, d\mathbf{r} \quad (4.4)$$

ergibt sich nach Einsetzen von (3.14) für die Stehwelle

$$n_{\max}^{\text{dip}} = N_0^{\text{dip}} \left(\frac{2}{\pi} \frac{\hat{U}}{k_B T}\right)^{3/2} \frac{k}{w_0^2} \quad (4.5)$$

und für die Laufwelle

$$n_{\max}^{\text{dip}} = N_0^{\text{dip}} \left(\frac{2}{\pi} \frac{\hat{U}}{k_B T}\right)^{3/2} \frac{\sqrt{2}}{kw_0^4}. \quad (4.6)$$

Die Bestimmung der Temperatur der Atome in der Dipolfalle erfolgt 40 ms nach dem Ausschalten des Magnetfeldes mittels Flugzeitmessungen, siehe Kap. 3.3.2. Die gemessene Temperatur beträgt für nicht allzu tiefe Fallen unabhängig vom Fallentyp ungefähr 20% der Fallentiefe [Rud02] und ist damit um einen Faktor zwei niedriger als aufgrund von Literaturwerten erwartet [Kup00, Nag03b]. Die Maximaldichten sind deshalb primär von der Atomzahl  $N_0^{\text{dip}}$  abhängig. Für die Stehwelle ergibt sich für  $4 \cdot 10^7$  Atome, aufgeteilt auf  $10^4$  Bäuche, der Wert  $n_{\max}^{\text{dip}} = 1.1 \cdot 10^{13}$  Atome/cm<sup>3</sup>, und für die Laufwelle folgt für dieselbe Atomzahl  $n_{\max}^{\text{dip}} = 1.5 \cdot 10^{11}$  Atome/cm<sup>3</sup>.

### 4.3 Dipolfallenphase

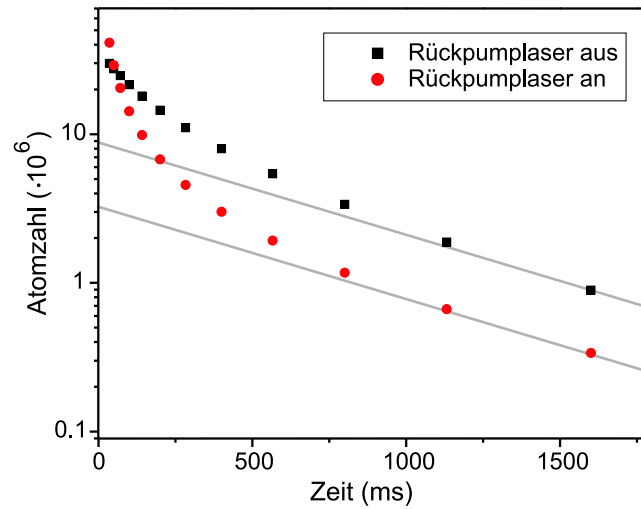
Nachdem der Transfer der Atome in die Dipolfalle abgeschlossen ist, finden in der Regel weiterführende Experimente an den gefangenen Atomen statt. Dieses Unterkapitel untersucht allerdings die zeitliche Entwicklung der Atomwolke, wenn keinerlei Eingriffe erfolgen, und die Atome lediglich in der Dipolfalle gespeichert werden. Ein Grundverständnis der physikalischen Prozesse, die die Anzahl und Temperatur der in der Dipolfalle gefangenen Atome beeinflussen, ist erforderlich, um die Daten weiterführender Experimente interpretieren zu können.

Die zeitliche Entwicklung der Atomzahl wird bestimmt durch Verlustprozesse. Sie basieren auf Stößen zwischen zwei Atomen, bei denen der Energieübertrag auf zumindest einen der beiden Stoßpartner so groß ist, dass er die Falle verlassen kann. Dreikörperstöße können hier vernachlässigt werden, da sie erst bei deutlich höheren Dichten und niedrigeren Hintergrundgasdrücken von Bedeutung sind [Sta98]. Die zeitliche Änderung der Atomzahl gehorcht der Gleichung

$$\dot{N}^{\text{dip}}(t) = -\alpha N^{\text{dip}}(t) - \beta \int_V (n^{\text{dip}})^2(\mathbf{r}) \, d\mathbf{r} . \quad (4.7)$$

Der erste Term beschreibt Stöße mit den heißen Atomen des Hintergrundgases, weshalb der Koeffizient  $\alpha$  proportional zum Druck in der Vakuumkammer ist. Als grober Richtwert entspricht bei Vernachlässigung des zweiten Terms ein Druck von  $3 \cdot 10^{-9}$  mbar einer Lebensdauer von etwa 1 s [Gri00]. Abb. 4.6 zeigt die zeitliche Entwicklung der Atomzahl sowohl ohne als auch mit Einstrahlung des Rückpumpasers. Beide Kurven fallen im hinteren Bereich, in dem die Dichte niedrig und deshalb der zweite Term in (4.7) vernachlässigbar ist, exponentiell ab. Die eingezeichneten Geraden entsprechen einer Lebensdauer von 700 ms, die damit um einen Faktor drei niedriger ist als aufgrund des Richtwertes erwartet. Ursache hierfür ist vermutlich ein Druckgradient zwischen dem Ort der Dipolfalle und dem der Messzelle. Alternativ könnten auch heiße Atome des Dispensers, die auf direktem Weg die Dipolfalle erreichen, zusätzliche Verluste verursachen.

Im vorderen Bereich der Kurven ist ein deutlich steilerer Abfall zu erkennen, der auf dichteabhängige Prozesse zurückzuführen ist. Diese sind in dem zweiten Term von (4.7) zusammengefasst. Sie beinhalten sämtliche Arten von Stößen zwischen zwei in der Falle gefangenen Atomen. Diese sind zum einen elastische und zum anderen inelastische Stöße, bei denen innere Energie in kinetische Energie umgewandelt wird. Aufgrund der geringen Tiefe einer Dipolfalle haben hyperfeinstrukturändernde Stöße, bei denen einer der beiden Stoßpartner vom höherenergetischen ( $F=3$ )-Grundzustand in den ( $F=2$ )-Grundzustand zerfällt, ein Entkommen des Atoms aus der Falle zur Folge. Lichtinduzierte Stöße, zu denen Photoassoziation [Let95], feinstrukturändernde Stöße und „Radiative Escape“ [Gal89] zählen, sind in fernverstimmten Dipolfallen aufgrund der geringen Anregungsrate von untergeordneter Bedeutung.



**Abbildung 4.6:** Zeitliche Entwicklung der Atomzahl in der Stehwellenfalle, sowohl ohne als auch mit eingestrahltm Rückpumplaser [Rud02]. Die Geraden, die den Verlauf für große Zeiten annähern, entsprechen einem exponentiellen Abfall mit einer Zeitkonstanten von 700 ms. Der gemessene Druck beträgt  $1.4 \cdot 10^{-9}$  mbar und die Fallentiefe 1 mK bei einer Wellenlänge von 799.0 nm.

Die in Abb. 4.6 dargestellten höheren Verluste bei Einstrahlung des Rückpumplasers zeigen, dass inelastische Stöße eine Rolle spielen. Ob es sich dabei um hyperfeinstrukturändernde oder lichtinduzierte Stöße handelt, ist anhand dieser Messung nicht zu entscheiden. Die Atome werden zwar zu Beginn der Dipolfallenphase in den ( $F=2$ )-Grundzustand gepumpt. Aufgrund von inelastischer Raman-Streuung erfolgt jedoch innerhalb von etwa 100 ms eine Umverteilung zwischen den Hyperfeinstrukturgrundzuständen [Cli94]. Zur Klärung kann eine Vergleichsmessung mit einem „Entvölkerungslaser“ herangezogen werden, der resonant auf dem ( $F=3 \rightarrow F'=3$ )-Übergang eingestrahlt wird und dadurch die Atome in den ( $F=2$ )-Grundzustand zurückpumpt, bevor es zu einem Stoß kommt. Diese Messung wurde unter sehr ähnlichen experimentellen Bedingungen in Hamburg durchgeführt [Nag03b]. Es ergab sich, dass hyperfeinstrukturändernde Stöße vernachlässigbar sind. Aber auch lichtinduzierte Stöße spielen nicht die entscheidende Rolle. Vielmehr ließ sich der überwiegende Anteil an den dichteabhängigen Fallenverlusten auf elastische Stöße zurückführen [Nag03b]. Im Gegensatz zu den inelastischen Prozessen sind diese mit einer Absenkung der Temperatur verbunden. Dieses so genannte evaporative Kühlen basiert auf der Tatsache, dass nur Atome mit besonders hoher kinetischer Energie in der Lage sind, die Falle zu verlassen. Die mittlere Energie der verbleibenden Atome ist nach einem derartigen Prozess niedriger. Mittels eines einfachen Modells konnte nicht nur die zeitliche Entwicklung der Atomzahl, sondern auch die der Temperatur korrekt wiedergegeben werden.

Neben dem evaporativen Kühlen wirken sich verschiedene Heizprozesse auf die Temperatur der gefangenen Atome aus. Im Gegensatz zu den Verlustprozessen ist bei diesen der Energieübertrag auf das einzelne Atom gering. Es verbleibt in der Falle

und thermalisiert durch elastische Stöße mit den anderen gefangenen Atomen. Heizprozesse lassen sich unterteilen in spontanes und induziertes Heizen aufgrund der Fluktuationen des Fallenlichtes und in technisches Heizen, dass aus Intensitäts- und Richtungsinstabilitäten des Fallenlasers resultiert [Sav97].

Unter der Voraussetzung thermischen Gleichgewichts gilt für die Heizrate aufgrund des spontanen Heizens [Gri00]

$$\dot{T} = \frac{1}{3} T_R \Gamma_{sc} . \quad (4.8)$$

Dabei bezeichnet  $T_R = 370$  nK die Rückstoßtemperatur. Für  $\lambda = 799$  nm und eine Fallentiefe von 1 mK ergibt sich bei Vernachlässigung der D<sub>2</sub>-Linie aus (2.25)  $\Gamma_{sc} = 60$  Hz und  $\dot{T} = 7.4$   $\mu$ K/s. Induziertes Heizen, dass in Stehwellen auf der kohärenten Umstreuung zwischen den beiden Laufwellenanteilen beruht, ist für Verstimmungen im Bereich von 1 nm vernachlässigbar [Gor80].

Der Einfluss des technischen Heizens ist schwer abzuschätzen. Richtungsinstabilitäten treten in der Resonatordipolfalle nicht auf, da die Fallenposition durch den Resonator fest vorgegeben ist. Das Intensitätsrauschen hängt von der Güte der verwendeten Regelungen ab. Nachteilig ist, dass der Resonator Frequenzrauschen in zusätzliches Intensitätsrauschen umwandelt. Andererseits verhindert die lange Abklingdauer des Lichtfeldes im Innern des Hochfinesse-Resonators hochfrequente Intensitätsschwankungen. Da sich Intensitätsschwankungen besonders bei der doppelten Fallenfrequenz auswirken, hängt die Heizwirkung gemäß (3.16) und (3.17) auch von der Fallentiefe ab. Treten Regelschwingungen im Bereich der doppelten Fallenfrequenz auf, so kann dieses zu sehr starkem Heizen führen.

Im Experiment zeigt sich eine zeitliche Abnahme der Temperatur. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen in [Nag03b] kommt es aufgrund des evaporativen Kühlens zu einer Überkompensation der Heizprozesse.

## 4.4 Umbauten und ihre Folgen

Bei den bisher beschriebenen Messungen hatte der Dispenser bei einer Entfernung von wenigen Zentimetern freie Sicht auf das Einfangvolumen der MOT. Desweiteren betrug die Finesse des Ringresonators lediglich 2440. Dieses lag daran, dass er mit horizontal polarisiertem Licht gepumpt wurde, da die Phasenstabilisierung zum damaligen Zeitpunkt noch nicht in der Lage war, bei vertikaler Polarisation die Intensität im Resonator hinreichend konstant zu halten. Dabei lag aufgrund von Spiegelverschmutzungen auch für vertikale Polarisation die Finesse von 15500 einen Faktor acht unterhalb des erwarteten Wertes [Rud02].

Da Rubidium die Eigenschaft besitzt, sich auf Oberflächen abzuscheiden [Wie95], bestand die Gefahr, dass es sich auch auf den Spiegeloberflächen des Hochfinesse-Resonators niederschlägt und dadurch die Finesse verringert. Um dieses zu verhindern, wurde beim nächsten Öffnen der Vakuumkammer nicht nur der Resonator bezüglich

seiner Finesse optimiert, sondern auch die Dispenser, wie in Kap. 3.1.3 beschrieben, so versetzt, dass sich der direkte Weg von den Dispensern zu den Spiegeln durch ein Blech versperren ließ.

Als Ergebnis dieses Umbaus war es schwer, eine hinreichende Zahl von Atomen in der MOT zu fangen. Selbst bei einem Druck von typischerweise  $1.5 \cdot 10^{-8}$  mbar konnten maximal  $5 \cdot 10^7$  Atome in der MOT nachgewiesen werden. Die Lebensdauer in der MOT reduzierte sich trotz des deutlich höheren Drucks nicht wesentlich und lag weiterhin bei 4s. Typischerweise wurden nur noch  $2 \cdot 10^6$  Atome in die Dipolfalle transferiert.

Ursache für diese Problematik ist vermutlich die Adsorption des Rubidiums an den Metalloberflächen [Wie95]. Erst wenn diese hinreichend bedeckt sind, kann das Rubidium über Stöße mit den Wänden das Einfangvolumen der MOT erreichen. Die trotz des zehnfach höheren Drucks nahezu unveränderte Lebensdauer der Atome in der MOT lässt den Schluss zu, dass der Druck am Ort der Messzelle nicht übereinstimmt mit dem am Ort der MOT. Im Gegensatz zu dem früheren Aufbau befindet sich der Dispenser jetzt zwischen MOT und Messzelle. Zusätzlich ist der Weg zur Messzelle unversperrt, während die MOT durch ein Blech abgeschirmt ist. Unter solchen Bedingungen können starke Gradienten des Rubidiumpartialdrucks auftreten [Wie95].

Die Abschirmung konnte nicht verhindern, dass die Finesse nach längerem Dispenserbetrieb um 50% fiel. Die Tatsache, dass nach dem Ausheizen einerseits die Finesse wieder annähernd ihren ursprünglichen Wert erreicht und andererseits für einige Zeit besonders wenig Atome in der MOT nachweisbar sind, unterstützt die These, dass die Adsorption an den Oberflächen das Rubidium daran hindert, das Einfangvolumen der MOT zu erreichen.

Zur Verbesserung der Situation sollte der Dispenser wieder näher an der MOT mit freiem Zugang zu deren Einfangvolumen positioniert werden. Zur Aufrechterhaltung der hohen Finesse ist es wünschenswert, den Resonator unabhängig vom Rest der Vakuumapparatur heizen zu können. Alternativ dazu ist ein Betrieb der MOT möglich, der nicht auf das Laden aus dem Hintergrundgas angewiesen ist. Dieses lässt sich entweder durch einen gepulsten Betrieb des Dispensers [For98] oder durch die Verwendung eines Zeeman-Abbremsers [Phi82, Pro85] oder einer 2D-MOT [Die98] realisieren. Diese Methoden haben aufgrund des niedrigeren Hintergrundgasdrucks als zusätzlichen Vorteil höhere Atomzahlen und längere Lebensdauern zur Folge.



# 5 CARL ohne Dissipation

Das in diesem Kapitel beschriebene Experiment demonstriert die Kopplung zwischen Lichtfeldern und kollektiver atomarer Dynamik im Innern eines Hochfinesse-Ringresonators. Dazu erzeugt anfangs eine Stehwelldipolfalle eine inhomogene atomare Dichteverteilung. Nach Unterbrechung der Einkopplung in Probrichtung lässt sich weiterhin kohärentes Licht in dieser Richtung nachweisen. Es wird dadurch aufrechterhalten, dass die gebündelten Atome Photonen kohärent von der Pumpin die Probrichtung streuen. Die Atome erfahren bei der Streuung aufgrund des Photonenrückstoßes eine beschleunigende Kraft. Dieses bestätigen Messungen der atomaren Ortsverteilung.

Die in Kap. 5.1 beschriebenen Messergebnisse werden in Kap. 5.2 numerischen Simulationen und den Vorhersagen analytisch hergeleiteter Gleichungen gegenübergestellt. Abschließend wird in Kap 5.3 die Frage diskutiert, ob die Messungen einen Nachweis für den „Collective Atomic Recoil Laser“ (CARL) darstellen.

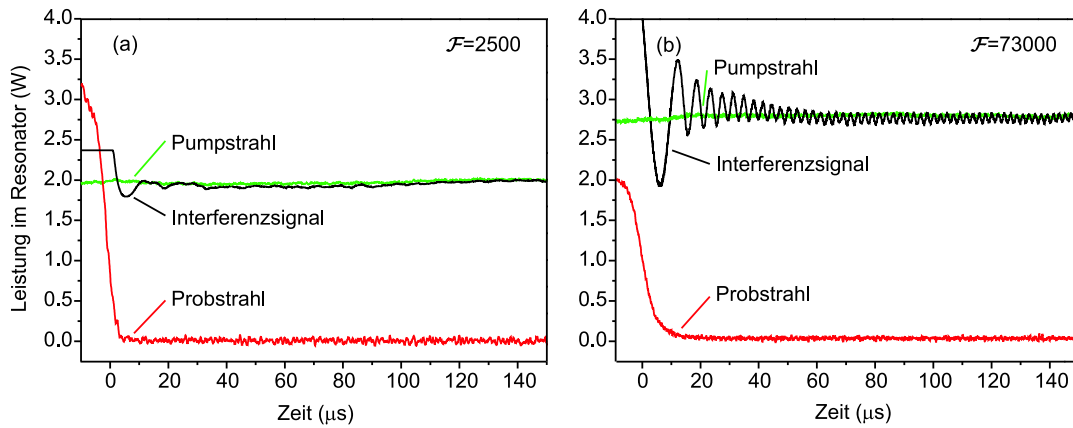
## 5.1 Messungen

Sämtliche Messungen beginnen mit dem Beladen der Resonatorordipolfalle. Dieses erfolgt wie in Kap. 4 beschrieben. Entscheidend ist, dass der Ringresonator beidseitig gepumpt wird und damit die Atome in eine stehende Lichtwelle geladen werden. Die Wellenlänge des Titan-Saphir-Lasers beträgt 797.17 nm und entspricht damit einer Rotverstimmung bezüglich der  $D_1$ -Linie von 1 THz. Die Falltiefe der Stehwelle ist so gewählt, dass sich eine optimale Ladeeffizienz ergibt. Aufgrund von Rubidiumablagerungen auf den Spiegeloberflächen besitzt der Ringresonator für vertikale Polarisation eine verminderte Finesse von 73000 und für horizontale eine von 2500. Für vertikale Polarisation ergibt sich mit (2.35) und (3.8) unter Berücksichtigung von  $\tau = \tau_E/2$  für die Zerfallsrate  $\kappa = 2\pi \cdot 24$  kHz. Die atomaren Kopplungsparameter besitzen die Werte  $U_0 = -1.7 \cdot 10^{-7}\kappa$  und  $\gamma_0 = 2.0 \cdot 10^{-13}\kappa$ . Bei ihrer Berechnung wurde gemäß (2.28) und (2.29) berücksichtigt, dass das  $^{85}\text{Rb}$ -Atom kein reines Zwei-Niveau-System darstellt.

Nach einer Dauer der Dipolfallenphase von 30 ms wird die Einkopplung des Probestrahls mittels eines mechanischen Verschlusses unterbrochen. Die darauf instantan einsetzende Dynamik der Lichtfelder und der äußeren atomaren Freiheitsgrade ist der Gegenstand der experimentellen Untersuchungen. Durch die separate Messung von sowohl Lichtfeldern als auch atomarer Ortsverteilung soll die Kopplung zwischen Licht und Atomen gezeigt werden. Dabei soll geprüft werden, ob die Beobachtungen auf denselben physikalischen Effekt zurückzuführen sind, auf dem auch CARL beruht.

### 5.1.1 Lichtfelder

In Abb. 5.1 sind sowohl die in Transmission beobachteten Intensitäten der beiden gegensinnig im Hochfinesse-resonator umlaufenden Lichtfelder als auch deren Interferenzsignal dargestellt, jeweils umskaliert auf die tatsächlich im Resonator umkreisenden Leistungen. Die Unterbrechung der Probstrahlkopplung erfolgt zum Zeitpunkt  $t = 0 \mu\text{s}$ . Sowohl im Niederfinessefall (links) als auch im Hochfinessefall (rechts) fällt die Probstrahlintensität innerhalb der Verschlusszeit des mechanischen Schalters auf einen Wert nahe Null. Bei niedriger Finesse nimmt das Interferenzsignal innerhalb weniger Mikrosekunden einen festen Wert an, der der alleinigen Transmission des Pumplichtes entspricht. Je nach relativer Phase von Pump- und Problicht kann dieser höher oder niedriger liegen als der Wert, der sich vor dem Ausschalten aus der Interferenz der beiden Lichtwellen ergibt.



**Abbildung 5.1:** Zeitliche Entwicklung der im Hochfinesse-resonator umlaufenden Lichtfelder sowie deren Interferenzsignal. Die Atomzahl beträgt für den Niederfinessefall (a)  $5.6 \cdot 10^6$  und für den Hochfinessefall (b)  $3.9 \cdot 10^6$ . Der glatte Verlauf am linken Rand des Niederfinesse-Interferenzsignals ist ein technisches Artefakt.

Im Gegensatz dazu zeigt das Interferenzsignal im Fall hoher Finesse deutliche Oszillationen, deren Frequenz mit der Zeit steigt und deren Amplitude abnimmt. Sie bleiben bis zu einer Dauer von 2 ms nachweisbar. Die Oszillationen treten nicht auf, wenn sich keine Atome in der Dipolfalle befinden. Offensichtlich fällt die Probstrahlintensität nicht völlig auf Null. Genauere Untersuchungen ergeben, dass sie außerdem leicht moduliert ist, und zwar mit derselben Frequenz, die auch das Interferenzsignal zeigt. Der letztere Effekt ist auf Spiegelrückstreuung zurückzuführen und wird in Kap. 7 beleuchtet. Die Modulation ist bei weitem zu schwach, um den beobachteten Kontrast des Interferenzsignals zu erklären. Damit handelt es sich bei den Oszillationen eindeutig um eine Schwebung zwischen dem Pumplicht und einem relativ zu ihm frequenzverschobenen Lichtfeld in Probrichtung.

Das Lichtfeld im Resonator stellt damit eine Überlagerung aus einer laufenden Welle

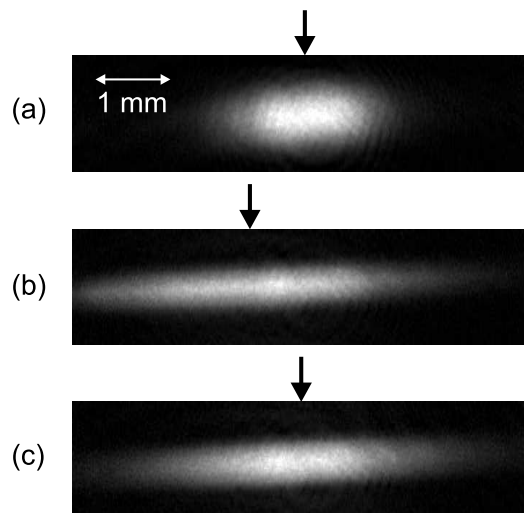
in Pumprichtung und einer Stehwelle dar, die sich mit der Geschwindigkeit

$$v = \frac{\Delta\omega}{2k} \quad (5.1)$$

bewegt. Dabei bezeichnet  $\Delta\omega/2\pi$  die Schwebungsfrequenz.

### 5.1.2 Atomare Ortsverteilung

Unter der Annahme, dass sich die Atome mit der laufenden Stehwelle mitbewegen, entspricht gemäß (5.1) einer Frequenz von 1 MHz eine atomare Geschwindigkeit von 40 cm/s. Nach einigen Millisekunden sollte sich deshalb eine messbare Verschiebung der atomaren Dichteverteilung nachweisen lassen. Dazu wird sowohl 0 ms als auch 6 ms nach der Unterbrechung der Probstrahleinkopplung jeweils eine Absorptionsabbildung der Atomwolke aufgenommen.



**Abbildung 5.2:** Absorptionsaufnahmen einer Wolke aus  $6 \cdot 10^6$  Atomen (a) 0 ms und (b) 6 ms nach dem Unterbrechen der Probstrahleinkopplung. Die in Pumprichtung im Resonator mit  $\mathcal{F} = 73000$  umlaufende Leistung beträgt 2 W und in Probrichtung vor dem Unterbrechen der Einkopplung 3 W. In (c) ist eine Abbildung dargestellt, die mit denselben Fallenparametern wie (b), aber bei  $\mathcal{F} = 2500$  aufgenommen wurde. Der Pfeil kennzeichnet jeweils den Schwerpunkt der atomaren Verteilung. Alle Abbildungen erfolgten nach einer freien Expansionsdauer von 1 ms.

Das Ergebnis ist in Abb. 5.2 dargestellt. Nach 6 ms ist neben einer Verbreiterung der atomaren Verteilung auch eine Schwerpunktsverschiebung zu erkennen. Sie wird besonders deutlich im direkten Vergleich mit einer Messung, die unter ansonsten identischen Bedingungen bei niedriger Finesse durchgeführt wurde, bei der keine Schwebung auftritt und deshalb auch keine Verschiebung aufgrund der Dipolkraft zu erwarten ist. Offensichtlich wird bei hoher Finesse ein Teil der Atome um ungefähr 0.7 mm verschoben, während bei niedriger Finesse die Verschiebung vernachlässigbar

gering ist. Der Vergleich mit dem Niederfinessefall schließt aus, dass die Verschiebung auf Strahlungsdruck zurückzuführen ist. Aufgrund der identisch gewählten Intensitäten im Innern des Resonators bei hoher und niedriger Finesse sollte dieser in beiden Fällen dieselbe Wirkung besitzen. Die stärkere Verbreiterung der Atomwolke bei hoher Finesse lässt darauf schließen, dass nicht die gesamte Atomwolke von der Dipolkraft beschleunigt wird.

## 5.2 Vergleich mit der Theorie

Die Frage, ob die beobachtete Schwebung und die Verschiebung der Atomwolke auf CARL zurückzuführen sind, lässt sich klären, indem die Messergebnisse den Vorhersagen gegenübergestellt werden, die sich aus den mathematischen Gleichungen zur Beschreibung des CARLs ergeben.

### 5.2.1 Beschränkungen des eindimensionalen Modells

Die in dieser Arbeit gewählte Näherung der Resonatormoden als ebene Wellen reduziert den mathematischen Formalismus auf ein räumlich eindimensionales Problem. Das resultierende Gleichungssystem (2.48) bietet den Vorteil, dass es numerisch handhabbar ist und die Herleitung analytischer Ausdrücke gestattet. Andererseits kann es nicht den Anspruch erheben, die physikalische Realität vollständig zu erfassen.

Die Unvollständigkeit lässt sich insbesondere darauf zurückführen, dass die transversale und die axiale atomare Dynamik in einer Stehwellendipolfalle nicht völlig voneinander entkoppelt sind. Vielmehr führen elastische Stöße und die Anharmonizität des Potentials zu einer Vermischung der verschiedenen Bewegungsrichtungen. Die elastische Kollisionsrate ist näherungsweise durch

$$\gamma_{\text{el}} = \frac{8\pi\hbar^2 n}{\sqrt{3k_{\text{B}}Tm^3}} . \quad (5.2)$$

gegeben [Nag03b]. Bei einer maximalen Dichte von  $n_{\text{max}}^{\text{dip}} = 10^{12}$  Atomen/cm<sup>3</sup> und einer Temperatur von 400  $\mu\text{K}$  ergibt sich  $\gamma_{\text{el}} = 40 \text{ s}^{-1}$ . Innerhalb von ca. 100 ms thermalisieren deshalb die verschiedenen Bewegungsrichtungen miteinander. Diese Kopplung gewinnt durch den Übergang von der Stehwellen- in die Laufwellenkonfiguration an Bedeutung. Die axiale Bewegungsrichtung erfüllt nämlich während des Übergangs wegen ihrer hohen Fallenfrequenz weitgehend das Adiabazitätskriterium

$$\dot{\omega}_z < \omega_z^2 . \quad (5.3)$$

Die axiale Expansion ist deshalb mit einer Temperaturabsenkung verbunden. Im Gegensatz dazu ist der Übergang bezüglich der langsamen radialen Bewegung nichtadiabatisch, weshalb deren Temperatur unbeeinflusst bleibt. Die Kopplung führt zu

einem allmählichen Temperatúrausgleich zwischen axialer und radialer Bewegung. Die eindimensionale Beschreibung enthält diesen Effekt nicht und liefert deshalb für  $t > 100$  ms eine zu niedrige Temperatur. Außerdem bleibt unberücksichtigt, dass die radiale Ausdehnung der Atomwolke einen reduzierten Bündelungsparameter zur Folge hat [Nag03a]. Der Bündelungsparameter wurde in (2.41) definiert.

### 5.2.2 Wahl der Anfangsbedingungen

Eine generelle Schwierigkeit bei der numerischen Simulation der experimentellen Ergebnisse stellt die Wahl der Anfangsbedingungen für die atomare Dynamik dar. Die Verteilungsfunktion ist gegeben durch

$$\varrho(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \varrho_0 \exp\left(-\frac{mv^2 + 2U(\mathbf{r})}{2k_B T}\right), \quad (5.4)$$

wobei sich  $\varrho_0$  aus der Normierung auf die Teilchenzahl  $N$  ergibt und  $U(\mathbf{r})$  aus Einsetzen von (3.9) in (2.28) folgt. Aufgrund der Anharmonizität des Potentials faktorisieren die räumlichen Verteilungen in axialer und radialer Richtung nicht. Die Berechnung der axialen Verteilung erfordert daher die Ausführung der Integration über den radialen Anteil. Zusätzlich sind Orts- und Impulsverteilung aufgrund der endlichen Falltiefe korreliert. Eine derart genaue Bestimmung der Anfangsbedingungen erscheint jedoch wenig sinnvoll angesichts der Tatsache, dass anschließend mit dem vereinfachten eindimensionalen Modell weitergerechnet wird.

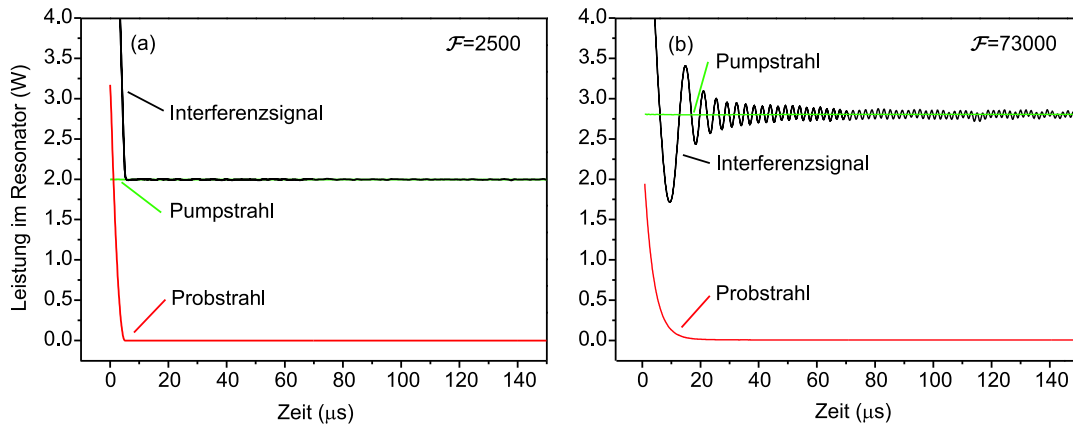
Stattdessen seien die Startwerte der atomaren Orte und Geschwindigkeiten durch unkorrelierte thermische Verteilungen gegeben. Damit lautet die axiale Geschwindigkeitsverteilung

$$\varrho(v) = \sqrt{\frac{N^2 m}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) \quad (5.5)$$

und bei hinreichend starkem Stehwellenkontrast die axiale Ortsverteilung

$$\varrho(z) = \sqrt{\frac{N^2 \hat{U} k^2 P_{\text{steh}}}{\pi (P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}}) k_B T}} \exp\left(-\frac{\hat{U} k^2 P_{\text{steh}} z^2}{(P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}}) k_B T}\right), \quad (5.6)$$

wobei die Potenzieltiefe  $\hat{U}$  durch (3.15) gegeben ist. Damit befinden sich sämtliche Atome in demselben Stehwellenbauch. Aufgrund der mathematischen Äquivalenz der verschiedenen Bäuche hat diese „falsche“ Annahme keinen Einfluss auf die Berechnungen. Bei geringem Stehwellenkontrast ist (5.6) nur eingeschränkt anwendbar, da in diesem Fall die der Gleichung zugrunde liegende harmonische Näherung des Stehwellenpotentials ihre Gültigkeit verliert.



**Abbildung 5.3:** Numerische Simulation der in Abb. 5.1 dargestellten Messungen. Sämtliche Parameter sind den experimentellen Daten entnommen.

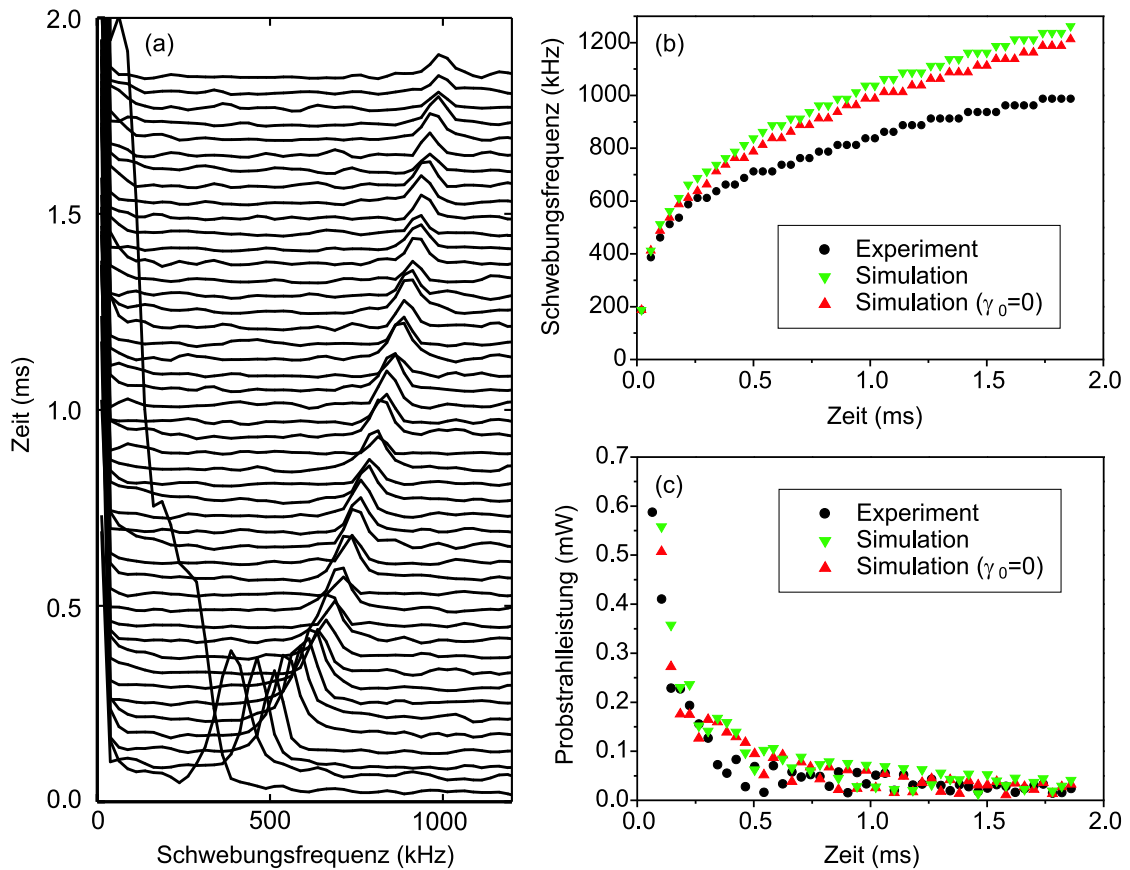
### 5.2.3 Simulationsergebnisse

Abb. 5.3 zeigt die numerische Simulation der in Abb. 5.1 dargestellten Messkurven. Dazu werden die Gleichungen (2.48) mittels des Runge-Kutta-Verfahrens erster Ordnung<sup>1</sup> schrittweise integriert. Die Werte sämtlicher Parameter entsprechen den experimentell bestimmten Größen. Insbesondere ergibt sich  $\kappa = 2\pi \cdot 24 \text{ kHz}$ ,  $U_0 = -1.7 \cdot 10^{-7} \kappa$  und  $\gamma_0 = 2.0 \cdot 10^{-13} \kappa$ . Auch der für die Temperatur gewählte Wert  $T = 500 \text{ } \mu\text{K} \approx 0.2 \hat{U} / k_B$  ist im Einklang mit den experimentellen Ergebnissen. Sie geht lediglich in die Startverteilungen der äußeren atomaren Freiheitsgrade (5.5) und (5.6) ein. Zur Begrenzung des Rechenaufwandes werden die Trajektorien von lediglich 1000 Teilchen simuliert. Eine entsprechende Umskalierung von  $U_0$  und  $\gamma_0$  in (2.48a) - (2.48d) gewährleistet, dass die Gesamtwirkung der simulierten Teilchen derjenigen der realen Atomzahl entspricht. Das Zeitintervall der numerischen Integration beträgt 1 ns.

In Anbetracht der Näherungen des Modells ist die Übereinstimmung bemerkenswert gut. Lediglich in den ersten  $40 \text{ } \mu\text{s}$  weicht die Simulation insofern geringfügig von der experimentellen Kurve ab, als dass sie die aus Abb. 5.1(b) ersichtliche leichte Erhöhung des Mittelwerts des Interferenzsignals nicht korrekt wiedergibt. Die Abweichung resultiert entweder aus der vereinfachten Bestimmung der Anfangsbedingungen oder sie ist auf radiale Schwingungen zurückzuführen, die aufgrund der Nichtadiabazität des Ausschaltvorgangs angeregt werden [Nag03a].

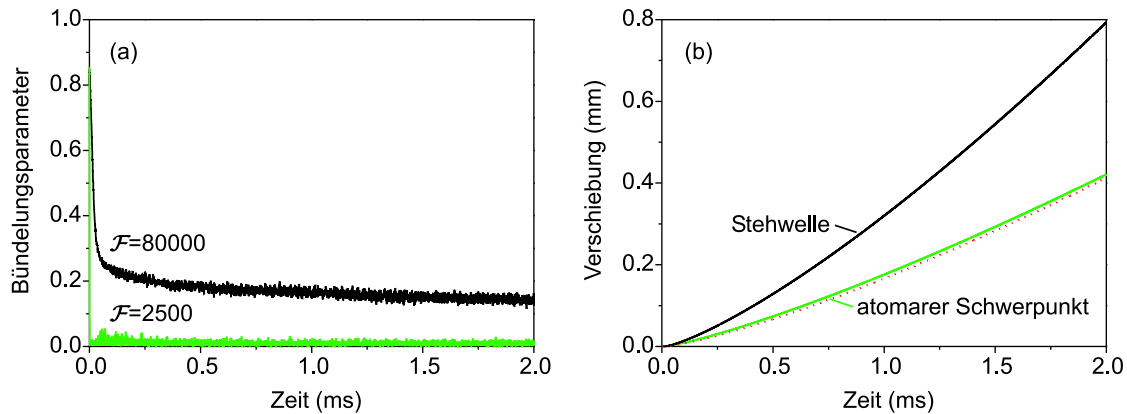
Zur genaueren Untersuchung wird auf das in Abb. 5.1(b) dargestellte Interferenzsignal eine abschnittsweise Fouriertransformation angewendet. Die einzelnen Zeitintervalle besitzen eine Länge von  $40 \text{ } \mu\text{s}$ . Das Ergebnis zeigt Abb. 5.4(a). In Abb. 5.4(b) ist die Frequenz der Maxima als Funktion der Zeit aufgetragen und in (c) die aus der Höhe der Maxima bestimmte rückgestreute Intensität. Die Kalibrierung

<sup>1</sup>Das Runge-Kutta-Verfahren erster Ordnung ist die primitivste Methode zur schrittweisen Integration von Differentialgleichungen. Sei  $f(t)$  die zu bestimmende Funktion. Bei einer Schrittweite  $dt$  ergibt sich eine Näherung für  $f(t)$  iterativ mittels  $f(t_0 + dt) = f(t_0) + dt \cdot f'(t_0)$ .



**Abbildung 5.4:** Abschnittsweise Fouriertransformation (a) des Interferenzsignals aus Abb. 5.1(b). Die aus der Peakposition bzw. -höhe berechnete Schwebungsfrequenz (b) bzw. Probstrahlleistung (c) wird den Werten gegenübergestellt, die eine identische Auswertung der Simulation aus Abb. 5.3(b) ergibt. Außerdem sind die Werte eingezeichnet, die die Simulation für  $\gamma_0 = 0$ , d.h. bei Vernachlässigung des Strahlungsdrucks, ergibt.

der rückgestreuten Intensität erfolgte dabei anhand des Interferenzsignals, dessen Kontrast gemäß (2.56) proportional zur rückgestreuten Feldamplitude ist. Ebenfalls eingezeichnet sind die Werte für die abschnittsweise Fouriertransformation der Simulation aus Abb. 5.3(b). Für lange Zeiten zeigt insbesondere die Schwebungsfrequenz eine Abweichung zwischen Messung und Simulation. Die Ursache dafür ist Rückstreuung an den Spiegeloberflächen. Sie ist bisher nicht in den mathematischen Gleichungen enthalten, wird aber in Kap. 7 ausführlich behandelt. Zusätzlich eingezeichnet sind die Kurven, die sich ergeben, wenn der Strahlungsdruck in der Kraftgleichung (2.48e) vernachlässigt wird. Offensichtlich besitzt er nur eine geringe Bedeutung. Wird dagegen die Dipolkraft gleich Null gesetzt, so ist keine Schwebungsfrequenz erkennbar.

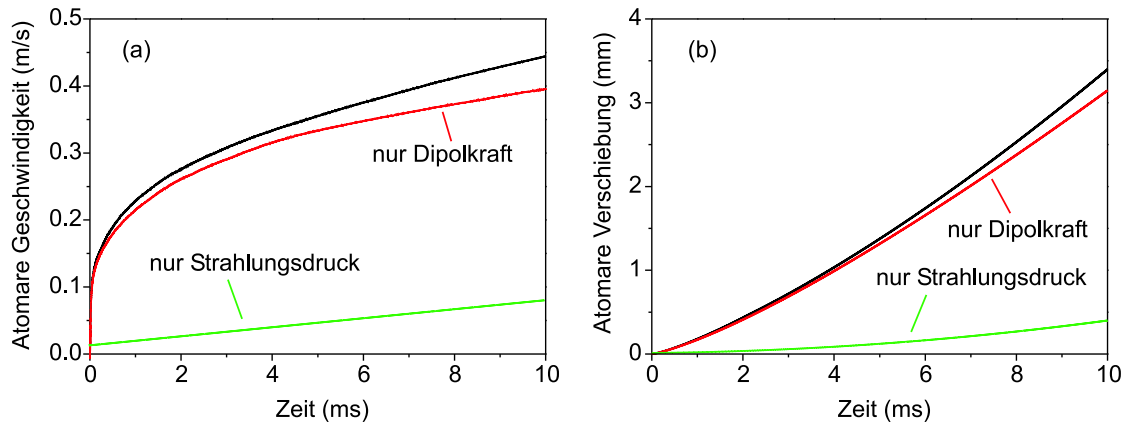


**Abbildung 5.5:** Zeitliche Entwicklung des Bündelungsparameters (a) und der Verschiebung der Stehwelle und des atomaren Schwerpunkts (b) für die Simulation aus Abb. 5.3 (b). Die simulierte Atomzahl beträgt 10000. Zusätzlich dargestellt ist in (a) der Verlauf des Bündelungsparameters für niedrige Finesse bei ansonsten identischen Parametern und in (b) durch die unterbrochene Linie die Verschiebung der Stehwelle, die sich bei Multiplikation mit dem konstanten Faktor 0.52 ergibt.

Für dieselbe Simulation ist in Abb. 5.5(a) der Bündelungsparameter dargestellt. Ausgehend von seinem Maximalwert zum Zeitpunkt  $t = 0$ , zu dem der Ringresonator beidseitig gepumpt wird, nimmt er zwar monoton ab, ist jedoch im Gegensatz zum ebenfalls dargestellten Niederfinessefall auch nach 2 ms noch nicht auf Null gesunken. Abb. 5.5(b) vergleicht die Verschiebung der Stehwelle mit der des atomaren Schwerpunkts. Die Verschiebung des atomaren Schwerpunkts ist um einen Faktor 0.52 geringer als die der Stehwelle. Offensichtlich bewegt sich nur ein Teil der Atome synchron mit der Stehwelle. Unter der Voraussetzung, dass sich die Atome aufteilen lassen in zwei Gruppen, von denen eine sich mit der Stehwelle mitbewegt und die andere ruht, liefert die Simulation einen konstanten Anteil der mitbewegten Atome an der Gesamtatomzahl von 52%.

Um nicht nur das gemessene Interferenzsignal, sondern auch die beobachtete räumliche Verschiebung der Atomwolke mit der Simulation vergleichen zu können, ist in Abb. 5.6 die aus der Simulation folgende atomare Dynamik für einen längeren Zeitraum dargestellt. Sowohl für die Durchschnittsgeschwindigkeit als auch für die Schwerpunktsverschiebung sind zusätzlich die Kurven eingezeichnet, die sich bei Vernachlässigung des Strahlungsdrucks bzw. der Dipolkraft in (2.48e) ergeben. Mit fortschreitender Zeit verliert die Dipolkraft an Bedeutung und der Strahlungsdruck setzt sich durch. Im Gegensatz zur Dipolkraft stellt der Strahlungsdruck eine zeitlich konstante Kraft dar. Er bewirkt, dass die Geschwindigkeit der Atome und damit gemäß Abb. 5.5(b) die der mitbewegten Stehwelle und somit die Schwebungsfrequenz linear anwachsen. Aus Abb. 5.4(b) geht hervor, dass dieses nicht der Fall ist. Deshalb lässt sich ausschließen, dass das beobachtete Interferenzsignal auf den Strahlungsdruck zurückzuführen ist.

Aus den Steigungen der in Abb. 5.6(a) dargestellten Kurven lässt sich entnehmen,



**Abbildung 5.6:** Zeitliche Entwicklung der durchschnittlichen atomaren Geschwindigkeit (a) und Verschiebung (b) für die Simulation aus Abb. 5.3(b). Die Kurven, die ausschließlich Dipolkraft bzw. Strahlungsdruck beschreiben, ergeben sich aus der numerischen Simulation, wenn in der Bewegungsgleichung (2.48e)  $\gamma_0 = 0$  bzw.  $U_0 = 0$  gesetzt wird.

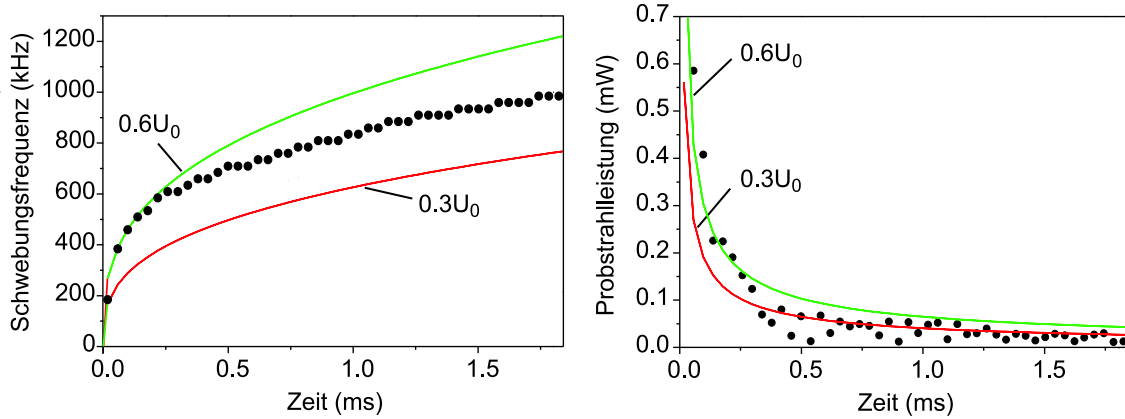
dass die Kraft aufgrund des Strahlungsdrucks nach 10 ms annähernd denselben Wert besitzt wie die Dipolkraft. Wie Abb. 5.6(b) zeigt, führt sie bereits zu einer merklichen Verschiebung der Atomwolke. Deshalb erfolgen die Absorptionenaufnahmen in Abb. 5.2 nach 6 ms. Zu diesem Zeitpunkt ist die Verschiebung im Fall niedriger Finesse, in dem ausschließlich der Strahlungsdruck wirkt, noch gering und die Verschiebung im Hochfinessefall primär auf die Dipolkraft zurückzuführen.

Aus Abb. 5.6 (b) folgt bei 6 ms eine Verschiebung von 1.7 mm. Der Vergleich mit der Messung in Abb. 5.2 zeigt, dass die beobachtete Verschiebung um einen Faktor 2 kleiner ist. Dieses ist neben der Tatsache, dass sich die Parameter der Messungen in Abb. 5.2 und der Simulation leicht unterscheiden, derselben Abweichung zwischen Simulation und Experiment zuzuschreiben, die bereits in Abb. 5.4 zum Ausdruck kommt. Die Spiegelstreuung vermindert nicht nur die Geschwindigkeit der Stehwelle, sondern auch die der Atome. Die größere Breite der Atomwolke im Fall hoher Finesse bestätigt qualitativ das numerische Ergebnis, dass nur etwa die Hälfte der Atome durch die Dipolkraft beschleunigt wird.

#### 5.2.4 Analytische Lösungen

Ein Vergleich der experimentellen Kurven aus Abb. 5.4 mit den analytisch hergeleiteten Gleichungen für die atomare Geschwindigkeit und die Amplitude des rückgestreuten Felds (2.58) bzw. (2.59) ist problematisch, da gleich mehrere der den Gleichungen zugrundeliegenden Näherungen nicht erfüllt sind. Während die Vernachlässigung des Strahlungsdrucks tolerabel ist, ist die Annahme einer konstanten atomaren Geschwindigkeit insbesondere für die Zeit direkt nach der Unterbrechung der Probstrahlkopplung gewagt. Am schwerwiegendsten ist jedoch, dass die Atome nicht perfekt gebündelt sind. Eine geringe Bündelung führt zu einer schwächeren Kopplung zwischen den Umlaufrichtungen. Da die Kopplungsstärke in den analyti-

schen Gleichungen durch das Produkt  $NU_0$  gegeben ist, lässt sich die herabgesetzte Bündelung durch eine Verminderung dieser Größe berücksichtigen. Die effektiven Werte dieser Größen werden mit  $N_{\text{eff}}$  bzw.  $U_{0,\text{eff}}$  bezeichnet. Dabei ist jedoch zu beachten, dass der Bündelungsparameter nicht nur deutlich kleiner als eins ist, sondern zusätzlich mit der Zeit abnimmt, siehe Abb. 5.5(a). Deshalb wird auch  $N_{\text{eff}}U_{0,\text{eff}}$  mit der Zeit abnehmen.



**Abbildung 5.7:** Anpassung der analytischen Gleichungen an die experimentellen Daten aus Abb. 5.4. Diese sind durch die Kreise dargestellt. Die effektive Atomzahl  $N_{\text{eff}} = 0.52N$  ist der Simulation in Abb. 5.5 (b) entnommen und der Wert für  $U_{0,\text{eff}}$  steht neben den berechneten Kurven. Alle sonstigen Parameter entsprechen den experimentellen Daten.

Obwohl die Kopplungsstärke durch das Produkt  $NU_0$  beschrieben wird, ist für die Reproduktion der Messdaten entscheidend, mit welchem Anteil  $N$  und  $U_0$  jeweils zu der Verminderung der Kopplung beitragen. Da die Kraftgleichung (2.48e) nämlich statt des Produktes lediglich den Faktor  $U_0$  enthält, reduziert eine Verminderung von  $N$  die atomare Beschleunigung geringfügiger als eine Verminderung von  $U_0$ . Für eine korrekte Beschreibung von sowohl Probstrahlleistung als auch Schwebungsfrequenz muss für die Atomzahl  $N_{\text{eff}}$  die Zahl derjenigen Atome eingesetzt werden, die tatsächlich an dem CARL-Prozess teilnehmen. Nur dann korrespondiert die Probstrahlleistung, die die Rate an Rückstreuerereignissen und aufgrund der Impulserhaltung damit auch die auf die Atomwolke ausgeübte Gesamtkraft vorgibt, mit der korrekten mittleren Kraft, die auf das einzelne Atom wirkt. Die Forderung, dass die analytischen Kurven und die Messergebnisse sowohl bezüglich der Schwebungsfrequenz als auch bezüglich der Probstrahlleistung übereinstimmen, legt deshalb die beiden Größen  $N_{\text{eff}}$  und  $U_{0,\text{eff}}$  eindeutig fest. Während das Verhältnis zwischen  $N_{\text{eff}}$  und  $N$  den Prozentsatz an mit der Stehwelle mitbeschleunigten Atomen angibt ist das Verhältnis zwischen  $U_{0,\text{eff}}$  und  $U_0$  ein Maß für die Bündelung der mitbeschleunigten Atome.

Aus Abb. 5.5(b) geht hervor, dass die Gesamtzahl an „gefangenen“ Atomen auf 52% reduziert werden muss. Der Vergleich zwischen Abb. 5.7 und den in Abb. 5.4 dargestellten Simulationskurven zeigt, dass sich die Daten der Simulation mit  $U_{0,\text{eff}} = 0.6U_0$  in der Tat sehr gut reproduzieren lassen. Offensichtlich ist die zeitliche

Abnahme des Bündelungsparameters hinreichend gering, so dass es nicht erforderlich ist, den Korrekturfaktor mit fortschreitender Zeit zu verringern. Für  $t > 0.3$  ms gibt dagegen die analytische Kurve die experimentelle Kurve ebenso wenig wieder wie es die Simulation getan hat. Die Abweichung zwischen Simulation und analytischer Berechnung auf der einen und Experiment auf der anderen Seite lässt sich auf Spiegelrückstreuung zurückführen. Sie ist in den verwendeten Gleichungen nicht enthalten. Die in Abb. 5.7 eingezeichnete Kurve mit  $U_{0,\text{eff}} = 0.3U_0$  zeigt jedoch, dass sich der für  $t > 0.3$  ms gemessene geringere Anstieg der Schwebungsfrequenz durch ein reduziertes  $U_{0,\text{eff}}$  und damit durch einen reduzierten Bündelungsparameter reproduzieren lässt. Kap. 7 wird zeigen, dass die Spiegelrückstreuung tatsächlich eine Verminderung des Bündelungsparameters, des Anteils an mitgeführten Atomen und der Schwebungsfrequenz bewirkt.

### 5.3 Diskussion

Handelt es sich bei dem beobachteten Effekt um CARL? Die Antwort auf diese Frage hängt von den Forderungen ab, die an einen CARL gestellt werden.

Die theoretische Beschreibung des Experiments erfolgt mit demselben Satz von Gleichungen, der in der Literatur auch zur Beschreibung von CARL Verwendung findet. Aus dem Vergleich der Messergebnisse mit numerischen Simulationen und analytisch hergeleiteten Gleichungen folgt eindeutig, dass die beobachtete Rückstreuung auf den dispersiven Anteil der atomaren Polarisation zurückzuführen ist. Strahlungsdruck lässt sich als Ursache für die beschleunigte Bewegung der Atome ausschließen. Vielmehr beruht die Beschleunigung auf der Dipolkraft, die die Atome in dem von ihnen selbst generierten Stehwellenpotenzial erfahren. Insofern liegt CARL und diesen Messungen derselbe physikalische Mechanismus zugrunde, nämlich kollektive kohärente Rayleigh-Streuung bzw. Bragg-Streuung an einem atomaren Dichtegitter. Andererseits wird oft als charakteristischste Eigenschaft des CARLs das Auftreten einer kollektiven Instabilität genannt, die sich, ausgehend von einer homogenen atomaren Verteilung, in einem exponentiellen Anstieg des Bündelungsparameters und der rückgestreuten Intensität äußert. Dieser Anstieg resultiert aus der positiven Rückkopplung zwischen Lichtfeld und atomarer Dynamik. Zum einen ist die Bündelung der Atome Ursache für die Rückstreuung, zum anderen verstärkt die aus der Rückstreuung resultierende stehende Lichtwelle die Bündelung. Unter geeigneten Bedingungen schaukeln sich deshalb Bündelung und Rückstreuung gegenseitig auf. Dieser exponentielle Anstieg wird nicht beobachtet. Im Gegenteil lässt sich Abb. 5.5(a) entnehmen, dass der Bündelungsparameter stetig abnimmt. Das bedeutet jedoch nicht, dass keine positive Rückkopplung vorliegt. Dieses veranschaulicht der Vergleich mit dem ebenfalls in Abb. 5.5(a) dargestellten zeitlichen Verlauf des Bündelungsparameters für den Fall niedriger Finesse. Während der Wert des Bündelungsparameters bei niedriger Finesse innerhalb von  $2 \mu\text{s}$  auf Null abfällt, ist bei hoher Finesse auch noch nach 2 ms eine deutliche Dichtemodulation zu erkennen. Die aufgrund der verschiedenen Finessewerte um einen Faktor 32 längere Abklingdauer des

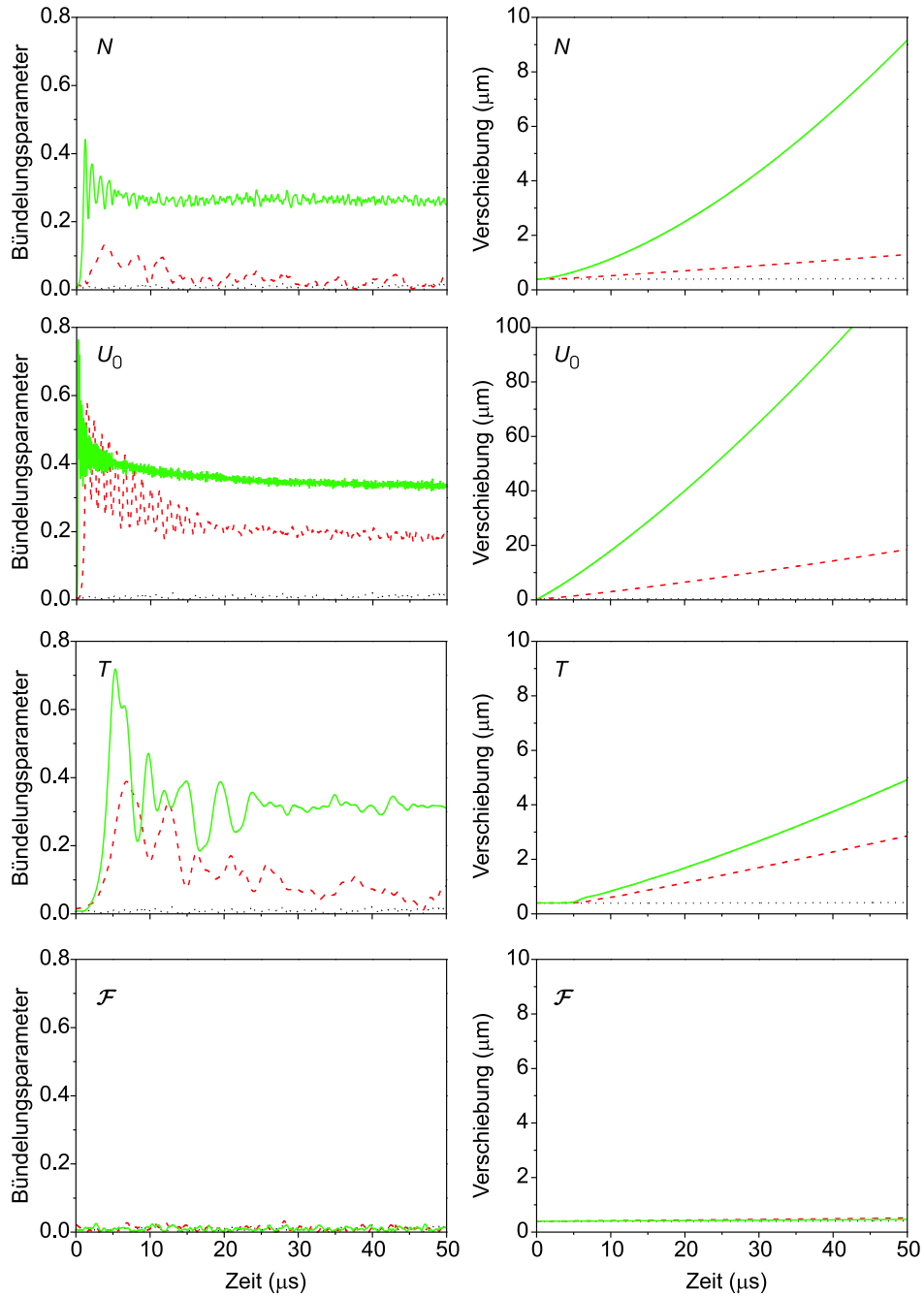
elektrischen Feldes ist bei weitem nicht ausreichend, um diese Tatsache zu erklären. Vielmehr wirkt die positive Rückkopplung dem Zerfall der Dichtemodulation entgegen.

Es ist interessant zu untersuchen, ob die kollektive Instabilität bei den im Experiment gewählten Parametern generell nicht auftritt, oder ob sie lediglich durch die Startbedingungen, die aufgrund der beidseitigen Einkopplung in den Ringresonator eine bereits ausgeprägte Dichtemodulation beinhalten, nicht beobachtbar ist. Experimentelle Untersuchungen zeigen, dass sich bei einseitiger Einkopplung, die eine anfänglich nahezu homogene Dichteverteilung bewirkt, keine Schwebung der beiden Umlaufrichtungen nachweisen lässt. Dieses bestätigt die Simulation. Die positive Rückkopplung ist nicht ausreichend, um aus den Fluktuationen der Dichteverteilung heraus den CARL-Prozess zu starten.

Abb. 5.8 zeigt, welche Parameter verändert werden müssen, um in das „wirkliche“ CARL-Regime vorzustoßen. Es lässt sich entweder durch eine Verstärkung der Kopplung  $NU_0$  erreichen, wobei ein größeres  $U_0$  mit einer deutlich stärkeren Beschleunigung der Atome verbunden ist, oder durch Herabsetzen der Temperatur. Dieses folgt anschaulich daraus, dass sich die Dichteverteilung niederenergetischer Atome leichter durch ein schwaches Dipolpotenzial beeinflussen lässt. Nicht dargestellt ist in Abb. 5.8, dass das CARL-Regime außerdem auch durch eine deutliche Erhöhung der Pumpintensität erreicht werden kann. In der untersten Zeile wurde bei konstant gehaltener Intensität  $P_+$  die Finesse erhöht. Offensichtlich führt eine Erhöhung der Finesse nicht zwangsläufig zu CARL. Obwohl eine zu niedrige Finesse CARL verhindert, lässt sich ein Defizit bezüglich anderer Parameter offensichtlich nicht grundsätzlich durch eine höhere Finesse kompensieren.

Die in Abb. 5.8 dargestellten Simulationen, insbesondere diejenigen, die deutlich im CARL-Regime liegen, zeigen, dass der Bündelungsparameter nach Abklingen des Einschwingvorgangs annähernd einen stabilen Wert annimmt. Dasselbe gilt auch für die rückgestreute Intensität. Dennoch stellt sich kein stationäres Verhalten ein. Eine genauere Untersuchung ergibt vielmehr, dass Bündelungsparameter und rückgestreute Intensität langsam und stetig abnehmen. Dieses ist eine Folge der Impulserhaltung. Ihre Wegung ist die permanente Rückstreuung von Photonen von der Pump in die Probichtung mit einem kontinuierlichen Geschwindigkeitsanstieg der gefangenen Atome und deshalb mit einer Zunahme der Differenzfrequenz zwischen Pump und Problicht verbunden. Da die Phasenstabilisierung die Frequenz des Pumplichts auf der Resonanz des Ringresonators hält, nimmt die Verstimmung des Problichts kontinuierlich zu. Daher nimmt seine resonante Überhöhung ab. Diese Abnahme der Probstrahlintensität wird dadurch verstärkt, dass der mit ihr verbundene geringere Stehwellenkontrast eine Verminderung des Bündelungsparameters zur Folge hat. Der CARL geht langsam aus. Dasselbe Verhalten zeigen auch die Simulationen in Kap. 5.2. Bei den analytischen Lösungen, bei denen der Bündelungsparameter konstant ist, ist dagegen die Abnahme der Probstrahlleistung lediglich auf die zunehmende Verstimmung zurückzuführen.

Der experimentelle Nachweis der in Abb. 5.8 dargestellten theoretischen Vorher-



**Abbildung 5.8:** Simulation der zeitlichen Entwicklung des Bündelungsparameters und der Verschiebung des atomaren Schwerpunktes, ausgehend von einer nahezu homogenen Dichteverteilung und einseitiger Einkopplung in den Ringresonator. Es wurden 10000 Teilchen simuliert. Die Parameter der gepunkteten Kurve sind identisch mit denen aus Abb. 5.3(b). Die unterbrochene und die durchgehende Linie ergeben sich, wenn  $N$  (oberste Zeile),  $U_0$  (zweitoberste Zeile) oder  $\mathcal{F}$  (unterste Zeile) mit dem Faktor 10 bzw. 100 multipliziert werden oder wenn  $T$  (zweitunterste Zeile) mit dem Faktor 0.1 bzw. 0.01 multipliziert wird.

sagen ist problematisch. Die notwendigen Parameterwerte lassen sich mit der momentanen Apparatur nicht realisieren. Die Atomzahl ist bereits maximiert und die Verringerung der Temperatur erfordert die Implementierung zusätzlicher Kühlmethoden. Das Heraufsetzen der Pumpstrahlintensität verhindert bisher ein effizientes Laden der Dipolfalle und bringt eine Verstärkung des konkurrierenden Strahlungsdrucks mit sich. Letzteres gilt auch für eine Erhöhung von  $U_0$ , die sich im Prinzip auf einfache Weise durch eine Verringerung der Verstimmung bezüglich der atomaren Resonanz erreichen lässt. Ein erhöhtes  $U_0$  ergibt sich auch bei einem kleineren Modenvolumen. Dazu muss jedoch die Resonatorgeometrie verändert werden.

Wie in Kapitel 6 dargestellt wird, senkt die Einführung einer Stokesschen Reibung die Anforderungen an die experimentellen Parameter drastisch. Sie führt nicht nur zu einem spontanen Aufbau der Dichtemodulation und des rückgestreuten Felds, sondern ermöglicht die Realisierung eines stationären CARLs, dessen Frequenz und Intensität zeitlich stabil sind.

# 6 CARL mit Dissipation

Die Einführung von Reibung führt zu einem neuartigen Phänomen. CARL ist ursprünglich als transienter Vorgang beschrieben worden [Bon94b]. Ohne einen Relaxationsmechanismus für die Bewegung der Atome kann es keinen stationären Zustand geben, da der mit der konstanten Rückstreuung verbundene kontinuierliche Impulstransfer die Atome fortdauernd beschleunigen würde [Per01]. Dieses bestätigen die Messungen in Kap. 5. Stationäres Verhalten erfordert einen Mechanismus, der der Beschleunigung aufgrund der CARL-Kraft entgegenwirkt. Reibung stellt einen solchen Mechanismus dar.

Zusätzlich bringt die Einführung von Reibung einen weiteren entscheidenden Vorteil mit sich. In Kap. 5 gelang es, den grundlegenden Mechanismus von CARL zu demonstrieren, nämlich die Beschleunigung gebündelter Atome aufgrund der Kraft in einem selbstgenerierten Dipolpotenzial. Die charakteristische kollektive Instabilität, die einen Prozess der Selbstorganisation auslöst, in dessen Verlauf sich ein atomares Dichtegitter ausbildet und die rückgestreute Intensität exponentiell ansteigt, konnte allerdings nicht nachgewiesen werden. Simulationen zeigten, dass die hohen Anforderungen an die experimentellen Parameter nicht erfüllt werden konnten. Durch die Einführung von Reibung entfallen diese hohen Anforderungen.

Als mögliche Realisierung der Dissipation wurden bisher in der Literatur neben der steten Zufuhr „frischer“ Atome lediglich Stöße mit Hintergrundgasatomen [Per01] diskutiert. In dieser Arbeit wird zu diesem Zweck der Resonatorfeldfalle eine optische Melasse überlagert. In einem vereinfachten Modell stellt sie eine Stokesche Reibungskraft dar. Sie ermöglicht sowohl den Nachweis der spontanen Ausbildung des Dichtegitters als auch die Verwirklichung eines stationären CARLs.

Nachdem in Kap. 6.1 die theoretischen Gleichungen um einen Term zur Berücksichtigung der Melasse erweitert und in Kap. 6.2 die Messungen vorgestellt worden sind, erfolgt in Kap. 6.3 der Vergleich zwischen den Vorhersagen der Theorie und den Messergebnissen. Abschließend wird in Kap. 6.4 das Zustandekommen der Instabilität erläutert. Außerdem werden die Grenzen des theoretischen Modells aufgezeigt.

## 6.1 Theoretische Beschreibung

Das bisher verwendete Differentialgleichungssystem (2.48) beinhaltet nicht die Wirkung der optischen Melasse. Die theoretische Behandlung der in diesem Kapitel beschriebenen Messungen erfordert deshalb eine Erweiterung des Modells. Dazu muss bekannt sein, wie sich die Melasse auf die Dynamik des betrachteten Systems auswirkt.

### 6.1.1 Melasse als Reibungskraft

Die experimentelle Realisierung einer optischen Melasse ist der einer MOT ähnlich. In beiden Fällen dienen gegenläufige rotverstimmte Laserstrahlen zur Dissipation der kinetischen Energie der Atome. Ein zweiter Laser, der so genannte Rückpumper, stellt sicher, dass sich die Atome nicht im falschen Hyperfeinstrukturgrundzustand ansammeln. Im Unterschied zur MOT wird im Falle der Melasse auf das magnetische Quadrupolfeld verzichtet. Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Atom Photonen streut, ist deshalb entlang der Strahlachse ortsunabhängig. Außerdem beträgt der Frequenzabstand zum ( $F=3 \rightarrow F'=4$ )-Übergang der D<sub>2</sub>-Linie typischerweise 10  $\Gamma$ . Mit  $\mathbf{B} = 0$  und unter Vernachlässigung der Ortsabhängigkeit der Rabi-Frequenz gilt gemäß (3.2) für die resultierende Kraft zweier gegenläufiger Laserstrahlen derselben Intensität

$$\mathbf{F}_{\text{rad}}(\mathbf{v}) = \left( \frac{\hbar \mathbf{k} \Gamma \Omega^2}{4(\Delta_{\text{mot}} - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + 12\Omega^2 + \Gamma^2} - \frac{\hbar \mathbf{k} \Gamma \Omega^2}{4(\Delta_{\text{mot}} + \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + 12\Omega^2 + \Gamma^2} \right). \quad (6.1)$$

Der Faktor 12 im Nenner berücksichtigt, dass für die Sättigungsverbreiterung die Gesamtintensität der insgesamt sechs Laserstrahlen entscheidend ist. Für kleine Geschwindigkeiten liefert eine lineare Näherung um  $\mathbf{v} = 0$  eine Stokessche Reibungskraft

$$\mathbf{F}_{\text{rad}}(\mathbf{v}) = -m\gamma_{\text{frc}}\mathbf{v}, \quad (6.2)$$

wobei gilt

$$\gamma_{\text{frc}} = -\frac{16\hbar k^2 \Gamma \Delta_{\text{mot}} \Omega^2}{m(4\Delta_{\text{mot}}^2 + 12\Omega^2 + \Gamma^2)^2}. \quad (6.3)$$

Es sei an dieser Stelle betont, dass die Modellierung der Melasse als ortsunabhängige, für alle Atome identische Reibungskraft eine starke Vereinfachung der realen Situation darstellt. Dieses liegt insbesondere an der Resonatordipolfalle, die aufgrund des Stark-Effekts die effektive Verstimmung der Melassestrahlen beeinflusst. Da die Verstimmung des Dipolfallenlasers bezüglich der atomaren Übergänge die Hyperfeinstrukturaufspaltung sowohl des angeregten als auch des Grundzustands um mehrere Größenordnungen übersteigt, erfahren alle Hyperfeinstrukturgrundzustände unabhängig von ihrer magnetischen Quantenzahl dieselbe Energieverschiebung. Die damit verbundene effektive Erhöhung der Rotverstimmung der Melassestrahlen ist proportional zum Betrag der lokalen Falltiefe  $U(\mathbf{r})$  und bei einer Falltiefe von 3 mK mit Werten bis zu 60 MHz durchaus beträchtlich. Neben der daraus resultierenden Ortsabhängigkeit bleiben Polarisierungseffekte unberücksichtigt. In der durch die Melasse gegebenen  $\sigma^+ - \sigma^-$ -Konfiguration können sie eine Erhöhung der Reibungskraft um mehrere Größenordnungen bewirken [Dal89]. Desweiteren setzt das Modell einen ausgeglichenen Strahlungsdruck und die Kompensation sämtlicher Magnetfelder voraus. Schließlich wird die Tatsache vernachlässigt, dass die Wechselwirkung zwischen den Photonen der Melassestrahlen und den Atomen aufgrund ihrer stochastischen Natur mit Diffusion verbunden ist. Es ist deshalb nicht nur der aus (6.3) folgende Wert für  $\gamma_{\text{frc}}$  mit großer Unsicherheit behaftet, sondern die Beschreibung

der Melasse als reine Reibungskraft stellt bereits an sich eine starke Vereinfachung dar.

### 6.1.2 Erweiterung des theoretischen Modells

Unter der Berücksichtigung der Melasse als geschwindigkeitsabhängigen Reibungsterm lautet die Bewegungsgleichung (2.48e)

$$m\ddot{x}_n = 2\hbar k\gamma_0(\alpha_1^2 - \alpha_2^2) + 4\hbar kU_0\alpha_1\alpha_2 \sin(\varphi_n) - m\gamma_{\text{frc}}\dot{x}_n . \quad (6.4)$$

Die übrigen Gleichungen des Differentialgleichungssystems (2.48) bleiben unverändert.

Die Herleitung analytischer Ausdrücke basiert weiterhin auf den in Kap. 2.2 aufgeführten fünf Vereinfachungen. Mit Berücksichtigung des Reibungsterms folgt aus (2.57), dass sich - im Gegensatz zu den Verhältnissen ohne Reibung - ein Gleichgewichtszustand einstellen kann. Unter der Voraussetzung  $2k\dot{x} \gg \kappa$  ergibt sich für dessen Gleichgewichtsgeschwindigkeit

$$2k\dot{x} = \sqrt[3]{\frac{8\hbar k^2\eta^2 NU_0^2}{\kappa m\gamma_{\text{frc}}}} . \quad (6.5)$$

Für die rückgestreute Feldamplitude ergibt Einsetzen in (2.55)

$$\alpha_2 = \sqrt[3]{\frac{\eta N^2 U_0 m\gamma_{\text{frc}}}{8\hbar k^2 \kappa^2}} . \quad (6.6)$$

## 6.2 Messungen

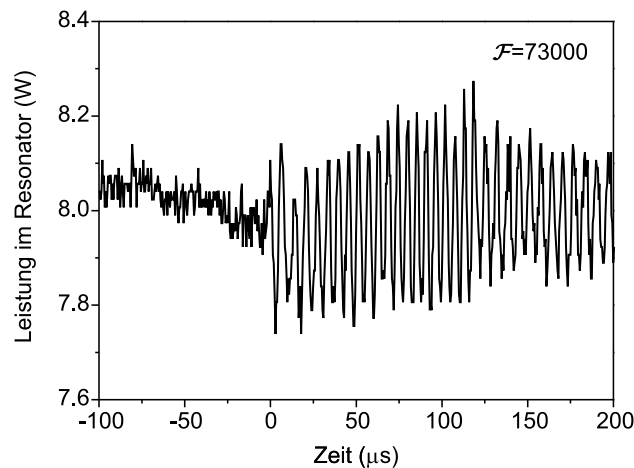
Auch die in diesem Kapitel beschriebenen Messungen beginnen mit dem Beladen der Resonatordipolfalle, wie es ausführlich in Kap. 4 beschrieben ist. Im Unterschied zu den Messungen in Kap. 5 wird der Ringresonator allerdings bereits während des Ladevorgangs einseitig gepumpt, so dass sich eine Laufwellendipolfalle ausbildet. Die Wellenlänge des Titan-Saphir-Lasers von 797,00 nm entspricht weiterhin einer Rotverstimmung bezüglich der D<sub>1</sub>-Linie von 1 THz. Die Pumpstrahlleistung von 8 W ist so gewählt, dass sich eine maximale Zahl von Atomen fangen lässt. Die dazugehörigen Fallenparameter lassen sich Tab. 3.3 entnehmen. Die Werte der Finesse liegen unverändert bei 73000 für senkrechte und 2500 für waagerechte Polarisation. Die atomaren Kopplungsparameter betragen für senkrechte Polarisation  $U_0 = -1.8 \cdot 10^{-7}\kappa$  und  $\gamma_0 = 2.3 \cdot 10^{-13}\kappa$ , wobei  $\kappa = 2\pi \cdot 24$  kHz gilt. Bei der Berechnung der Kopplungsparameter wurde gemäß (2.28) und (2.29) berücksichtigt, dass das <sup>85</sup>Rb-Atom kein reines Zwei-Niveau-System darstellt.

Nach einer Dauer der Dipolfallenphase von 30 ms werden die Melassestrahlen eingeschaltet. Dazu dienen die sechs Strahlen des Kühllasers der MOT, die sich mittels

eines mechanischen Verschlusses mit einer Genauigkeit von ca.  $30 \mu\text{s}$  schalten lassen, vergleiche Kap. 3.1.2. Der Winkel zwischen der Längsachse der Dipolfalle und den horizontalen und vertikalen Melassestrahlen beträgt  $45^\circ$  bzw.  $90^\circ$ . Da die Melassestrahlen bezüglich der  $D_2$ -Linie und der Titan-Saphir-Laser bezüglich der  $D_1$ -Linie rotverstimmt sind, entspricht ihre Differenzfrequenz ca.  $17 \text{ nm}$ . Gleichzeitig mit den Melassestrahlen wird der Rückpumper eingestrahlt. Untersucht wird die darauf einsetzende Dynamik des gekoppelten Systems aus den Lichtfeldern und den äußeren atomaren Freiheitsgraden.

Aufgrund der Magnetfeldsensitivität der optischen Melasse erfolgt eine sorgfältige Kompensation residueller Magnetfelder. Dazu werden die Ströme in den Kompensationsspulen so eingestellt, dass die kalte Atomwolke in der MOT nach dem Ausschalten des Quadrupolmagnetfelds radialsymmetrisch expandiert.

### 6.2.1 Lichtfelder

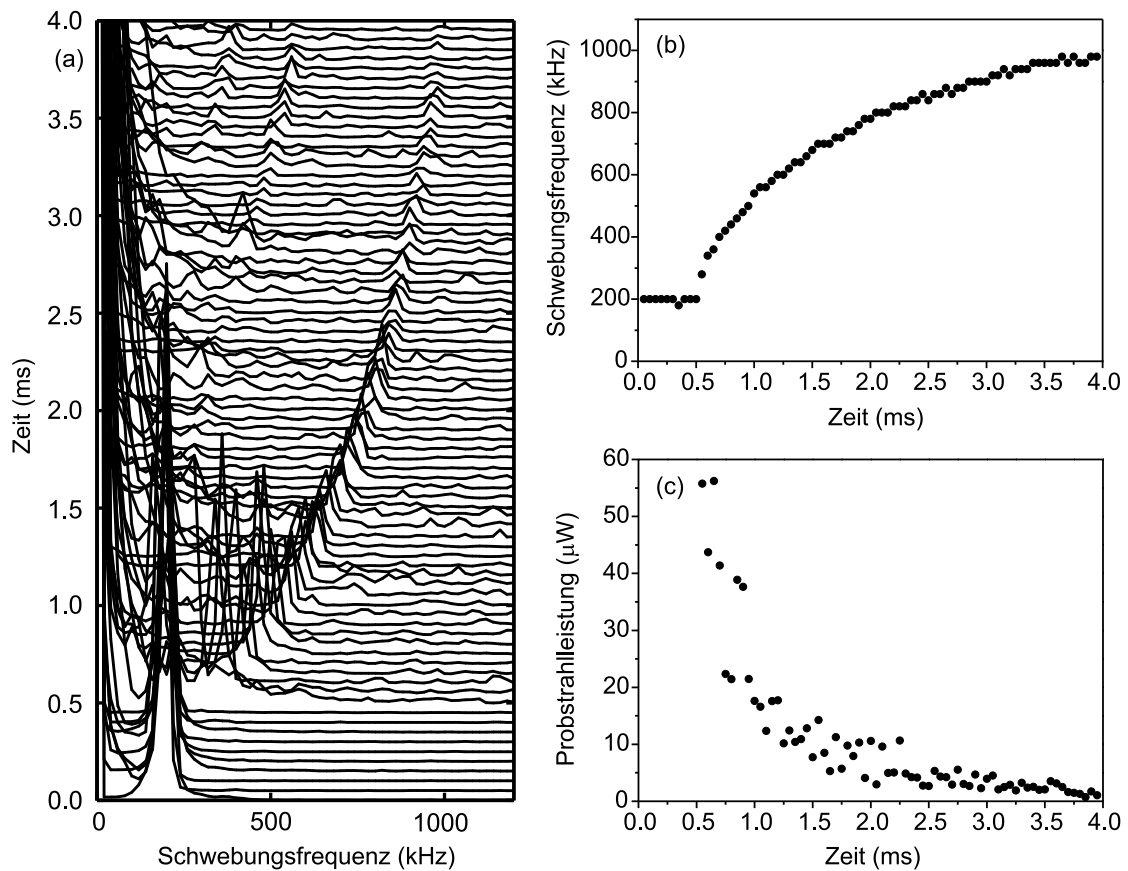


**Abbildung 6.1:** Zeitliche Entwicklung des Interferenzsignals. Die Einstrahlung der Melassestrahlen beginnt zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Die Atomzahl beträgt  $1.6 \cdot 10^6$  und die Rotverstimmung der Melasse bezüglich der atomaren Resonanz  $30 \text{ MHz}$ , die Stark-Verschiebung in der Dipolfalle nicht eingerechnet. Sie beträgt maximal  $39 \text{ MHz}$ , siehe Tab. 3.3.

Abb. 6.1 zeigt das Interferenzsignal der beiden Umlaufrichtungen für den Fall hoher Finesse, umskaliert auf die im Resonator umkreisenden Leistungen. Der angegebene Wert für die Atomzahl ist mit großer Unsicherheit behaftet und tendenziell zu niedrig, da nicht alle der gefangenen Atome im Abbildungsfenster der Kamera liegen, vergleiche Abb. 4.5. Mit dem Beginn des Einstrahlens der Melassestrahlen bei  $t = 0 \mu\text{s}$  setzt instantan eine ausgeprägte Schwebung ein. Sie erreicht schnell eine Gleichgewichtsfrequenz und ist auch nach  $100 \text{ ms}$  noch nachweisbar. Der Wert der Frequenz lässt sich durch äußere Magnetfelder und durch Änderungen der Verstimmungen und Intensitäten von Kühllaser und Rückpumper beeinflussen. Mit steigender Pumpstrahlleistung oder Atomzahl nimmt er zu. Wenn sich keine Atome in der

Resonatorordipolfalle befinden bzw. bei niedriger Finesse ist dagegen kein Effekt zu beobachten.

Ein zweites Experiment untersucht das Verhalten des Systems, nachdem die Melasse ausgeschaltet wird. Der mechanische Schalter des Kühllasers unterbricht dazu die Melassestrahlen nach einer Einstrahldauer von 10 ms. Die abschnittsweise Fouriertransformation des beobachteten Interferenzsignals ist in Abb. 6.2 dargestellt. Die Frequenz der Schwebung steigt an und ihre Amplitude nimmt ab.



**Abbildung 6.2:** Abschnittsweise Fouriertransformation (a) des Interferenzsignals, wenn zum Zeitpunkt  $t = 0.5$  ms die Melasse ausgeschaltet wird. Die Atomzahl beträgt  $1.2 \cdot 10^6$  und die Pumpstrahlleistung 9.5 W. Aus Gründen der Lesbarkeit wurde das Signal für  $t < 0.5$  ms um den Faktor 20 herunterskaliert. Aus der Position der Maxima sowie deren Höhe wurde die Schwebungsfrequenz (b) bzw. Probestrahleistung (c) ermittelt.

Der Vergleich mit Abb. 5.4 zeigt, dass sich das System sehr ähnlich verhält wie in dem Fall, dass bei beidseitiger Einkopplung die eine Richtung ausgeschaltet wird. Dieses lässt die Schlussfolgerung zu, dass die atomare Ausgangskonfiguration in

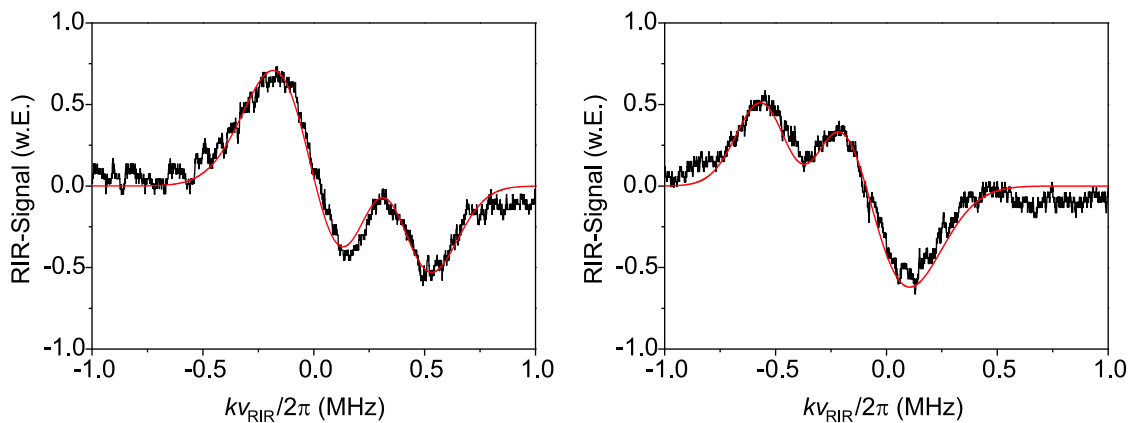
beiden Fällen qualitativ dieselbe ist. Insbesondere beinhaltet der Gleichgewichtszustand, der sich bei Einstrahlung der Melasse einstellt, eine nichtverschwindende atomare Bündelung.

## 6.2.2 Atomare Geschwindigkeitsverteilung

In Kap. 5.1.2 erfolgte der Nachweis, dass die beobachtete Schwebung mit der atomaren Bewegung synchronisiert ist, anhand von Absorptionsabbildungen der Atomwolke. Diese Methode ist hier nicht anwendbar, da das Laden in die Laufwelle eine in axialer Richtung stark ausgedehnte atomare Verteilung zur Folge hat, siehe Abb.4.5. Eine axiale Verschiebung der Atome lässt sich deshalb nicht detektieren.

Um dennoch auch hier experimentell nachzuweisen, dass sich ein Teil der Atome mit der laufenden Stehwelle mitbewegt, wird die axiale Geschwindigkeitsverteilung mittels RIR-Messungen untersucht, vergleiche Kap. 3.3.3. Während der Melassephase ist die Schwebungsfrequenz relativ niedrig. Die damit verbundene geringe Geschwindigkeit der Atome lässt sich mit der RIR-Messung nicht auflösen. Stattdessen wird die Melasse unterbrochen. Wie in Abb. 6.2 dargestellt, setzt eine beschleunigte Bewegung der Stehwelle ein. Die Schwebungsfrequenz lässt sich durch die Wahl des Zeitpunkts der RIR-Messung auswählen.

Bei der Aufnahme des RIR-Signals ist darauf zu achten, dass die Durchstimmrates der Pumpfrequenz einen optimalen Wert besitzt, denn während bei zu niedriger Rate die Verteilung stark gestört wird, kann bei zu hoher Rate die Resonanz nicht aufgelöst werden [Fis01, Kru03a]. Als optimal hat sich eine Durchstimmrates von 2 kHz/ $\mu$ s erwiesen.



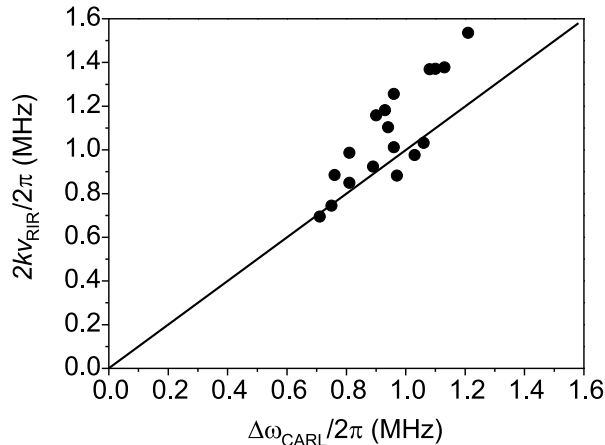
**Abbildung 6.3:** RIR-Signale für Einkopplung in den Ringresonator im Uhrzeigersinn (a) und im Gegenuhrzeigersinn (b).

Typische Signale sind in Abb. 6.3 zu sehen. Die Kurven lassen sich durch (3.29) annähern, wenn für  $\Pi(v)$  die Summe zweier thermischer Geschwindigkeitsverteilungen

gen eingesetzt wird,

$$\Pi(v) = \sum_{i=1}^2 N_i \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T_i}} \exp\left(-\frac{m(v - v_i)^2}{2k_B T_i}\right). \quad (6.7)$$

Aus den in Abb. 6.3 dargestellten Näherungskurven folgt für die Abstände zwischen den Zentren der beiden Verteilungen jeweils der Wert  $kv_{\text{RIR}} = k\delta/q = 2\pi \cdot 0.4 \text{ MHz}$ . Für das Atomzahlverhältnis zwischen der nahezu ruhenden und der beschleunigten Verteilung ergibt sich  $N_1/N_2 = 1.5$ , und die Temperaturen betragen  $200 \mu\text{K}$  bzw.  $100 \mu\text{K}$ . Die beiden Messungen unterscheiden sich lediglich in der Wahl der Pump- richtung des Ringresonators. Die Tatsache, dass sich mit dem Wechsel der Pump- richtung die Bewegungsrichtung der Atome umdreht und die beiden Messungen an- sonsten identische Ergebnisse liefern, zeigt, dass die Bewegung durch die Lichtfelder des Resonators getrieben wird und nicht etwa durch die Melasse.



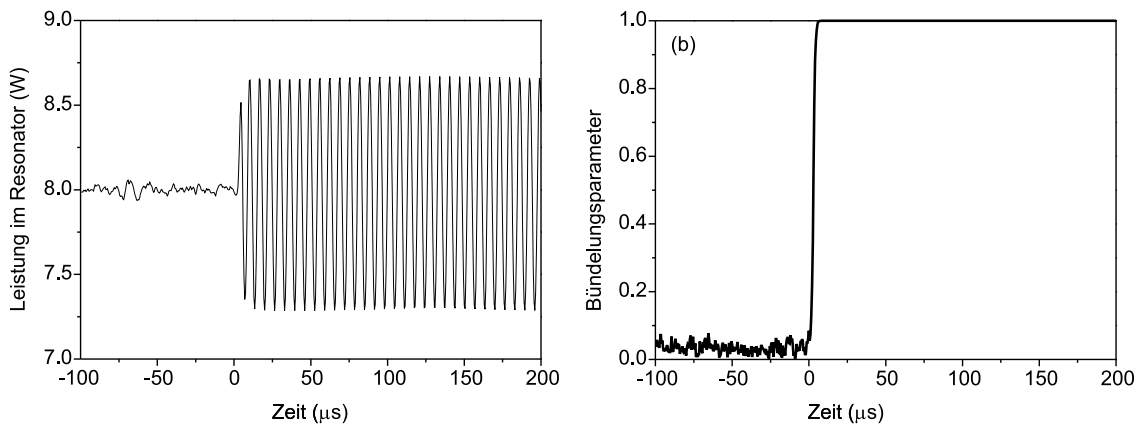
**Abbildung 6.4:** Mit RIR bestimmte Frequenzverschiebung der beschleunigten atomaren Verteilung in Abhängigkeit von der Schwebungsfrequenz des Interferenzsignals der beiden Resonatorlichtfelder. Die eingezeichnete Gerade entspricht dem Fall, dass die Geschwindigkeit der Atome mit der der Stehwelle übereinstimmt.

Zeitgleich mit der RIR-Messung wurde das Interferenzsignal aufgenommen. Abb. 6.4 zeigt den gemessenen Zusammenhang zwischen der Schwebungsfrequenz und der Geschwindigkeit der beschleunigten atomaren Verteilung. Die eingezeichnete Gerade entspricht (5.1). Obwohl die Messergebnisse relativ stark streuen, ist zu erkennen, dass sich die beschleunigte atomare Verteilung näherungsweise synchron mit der Stehwelle bewegt.

### 6.3 Vergleich mit der Theorie

Abb. 6.5(a) zeigt die numerische Simulation der in Abb. 6.1 dargestellten Messung. Sämtliche Parameter sind den experimentellen Daten entnommen. Lediglich  $\gamma_{\text{frc}} = 4.2\kappa$  ist so angepasst, dass die Simulation die Schwebungsfrequenz richtig wiedergibt. Der Wert ist um einen Faktor 7000 höher als derjenige, der (6.3) entsprechen würde. Diese deutliche Abweichung lässt sich damit erklären, dass, wie in Kap. 6.1.1 begründet, der Betrag der Reibungskraft nur unzureichend durch (6.3) beschrieben wird.

In guter Übereinstimmung sind das instantan mit der Einstrahlung der Melasse einsetzende Auftreten der Schwebung und das schnelle Erreichen eines stationären Zustands. Dennoch gelingt es trotz der Freiheit, den Betrag der Reibungskraft den Messwerten anzupassen, nicht, die experimentellen Daten befriedigend zu simulieren. Die Amplitude der Schwebung ist in der Simulation über einen Faktor drei zu groß.



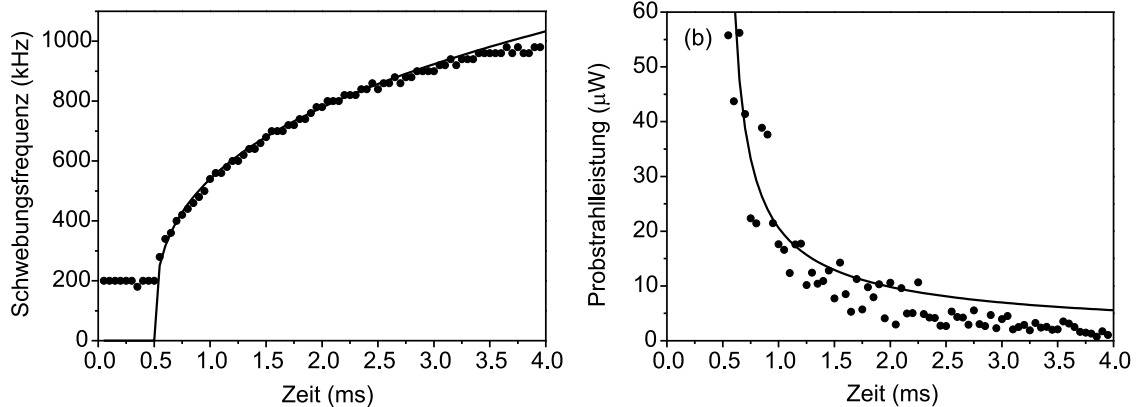
**Abbildung 6.5:** Numerische Simulation der in Abb. 6.1 dargestellten Messung. Außer  $\gamma_{\text{frc}} = 4.2\kappa$  sind sämtliche Parameter den experimentellen Daten entnommen.

Abb. 6.5(b) zeigt, dass der Bündelungsparameter mit dem Einschalten der Melasse den Wert 1 annimmt. Dieses beinhaltet ein Ausfrieren der Relativbewegung der Atome, weshalb die Simulationsergebnisse nahezu unabhängig von der Wahl der Anfangsbedingungen der atomaren Dynamik sind. Die perfekte Bündelung hat außerdem zur Folge, dass sich der in der Simulation schnell erreichte Gleichgewichtszustand sehr genau mit den analytischen Gleichungen (6.5) und (6.6) beschreiben lässt. Sie bewirkt eine starke Ausprägung der Dipolkraft, weshalb die relative Bedeutung des Strahlungsdrucks vernachlässigbar klein ist. Nach dem Abklingen des Einschwingvorgangs stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein, in dem die atomaren Geschwindigkeiten und die Relativphasen zwischen den Atomen und der Stehwelle zeitlich konstant sind. Da der Resonator einseitig gepumpt wird und die Rückstreuung hinreichend schwach ist, sind somit sämtliche der fünf Vereinfachungen, die in Kap. 2.2 bei der Herleitung der analytischen Ausdrücke benötigt wurden, in guter Näherung erfüllt. Außerdem ist die Voraussetzung  $2k\dot{x} \gg \kappa$  bei den hier präsentierten Messungen gegeben. Da die Ergebnisse der numerischen Simulation und die der

analytischen Gleichungen deshalb nur unerheblich voneinander abweichen, werden sie hier gemeinsam behandelt.

Die aus der theoretischen Beschreibung resultierende perfekte Bündelung ist im Experiment nicht gegeben. Die RIR-Messungen in Kap. 6.2.2 zeigen, dass sich nur ein Teil der Atome mit der Stehwelle mitbewegt und dass auch die Temperaturen der beiden thermischen Verteilungen deutlich höher als Null sind.

Dieses bestätigt Abb. 6.6, die die Anpassung analytischer Kurven an die in Abb. 6.2 dargestellte Messung zeigt. Gemäß Kap. 5.2.4 erlaubt diese Anpassung die Bestimmung sowohl der Zahl der tatsächlich mit der Stehwelle mitbewegten Atome  $N_{\text{eff}}$  als auch der Größe  $U_{0,\text{eff}}$ , die ein Maß für die Bündelung ist. Nach dem Ausschalten der Melasse erfährt lediglich die Hälfte der gefangenen Atome eine Beschleunigung. Das Verhältnis zwischen  $U_{0,\text{eff}}$  und  $U_0$  von 0.3 weist auf eine Bündelung hin, die niedriger ist als diejenige, die sich gemäß Abb. 5.7 nach Ausschalten der Stehwelldipolfalle einstellt.



**Abbildung 6.6:** Anpassung der analytischen Gleichungen an die experimentellen Daten aus Abb. 6.2. Die dargestellten Kurven ergeben sich für  $N_{\text{eff}} = 0.5N$  und  $U_{0,\text{eff}} = 0.3U_0$ .

Die aus Abb. 6.6 ersichtliche mit der Zeit zunehmende Abweichung zwischen experimentellen und analytischen Kurven kann auch hier der Spiegelstreuung zugeschrieben werden, die das Thema von Kap. 7 ist. Verglichen mit Abb. 5.7 stimmen Theorie und Experiment hier besser überein, weil der Strahlungsdruck aufgrund der schwächeren Bündelung einen stärkeren Einfluss besitzt und die durch die Spiegelstreuung hervorgerufene Geschwindigkeitsreduktion teilweise kompensiert.

Unter der Voraussetzung, dass das Ausschalten der Melasse  $N_{\text{eff}}$  und  $U_{0,\text{eff}}$  nicht maßgeblich ändert, lässt sich mit den ermittelten Größen durch Einsetzen in (6.5) ein realistischerer Wert für die dissipative Wirkung der Melasse berechnen. Der errechnete Wert  $\gamma_{\text{frc}} = 0.2\kappa$  liegt nur noch einen Faktor 400 über demjenigen, der sich aus (6.3) ergibt. Weil der Stehwellenkontrast wegen der verminderten effektiven Atomzahl und der geringeren Bündelung deutlich kleiner ist, wirkt auf die Atome eine schwächere CARL-Kraft. Diese kann durch eine geringere Reibungskraft kompensiert werden.

Es stellt sich die Frage, ob die auf diese Weise ermittelten Werte für  $\gamma_{\text{frc}}$ ,  $N_{\text{eff}}$  und  $U_{0,\text{eff}}$  die Messergebnisse aus Abb. 6.1 besser beschreiben. Während sie die Schwebungsfrequenz des Gleichgewichtszustands unverändert lassen, folgt aus (6.6), dass die Amplitude des rückgestreuten Lichts und damit der Schwebung um 85% abnimmt. Sie ist damit einen Faktor zwei zu klein. Dieses lässt darauf schließen, dass das errechnete  $\gamma_{\text{frc}}$  etwas zu klein ist. Simulationen bestätigen dieses insofern, als dass sich der Gleichgewichtszustand zu langsam einstellt. Gute Übereinstimmung lässt sich mit  $\gamma_{\text{frc}} = 0.4\kappa$  erreichen.

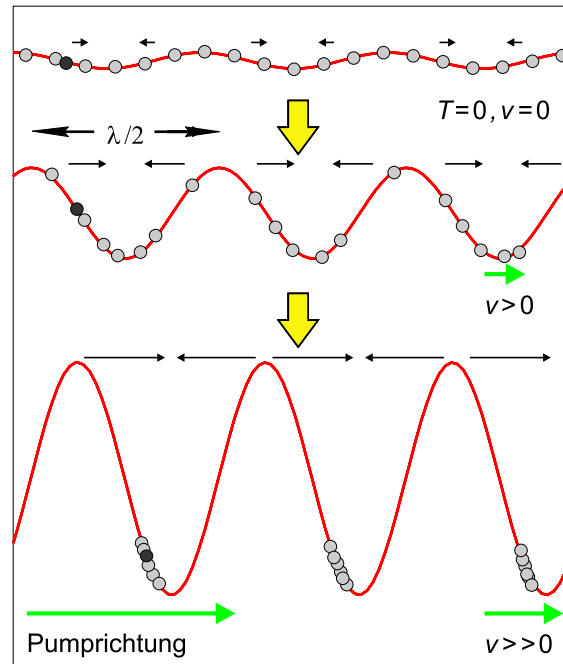
## 6.4 Diskussion

Die Messungen dieses Kapitels zeigen eindeutig, dass das Einstrahlen der Melasse den Prozess der Selbstorganisation initiiert und einen stationären CARL erzeugt. Das beobachtete frequenzverschobene rückgestreute Lichtfeld lässt sich nur unter der Annahme erklären, dass die atomare Dichte periodisch moduliert ist. Bragg-Streuung an diesem bewegten atomaren Dichtegitter ist die physikalische Ursache des rückgestreuten Lichtfelds. Nach dem Ausschalten der Melasse ist das charakteristische Beschleunigungsverhalten der Stehwelle zu beobachten, das die Bragg-Streuung aus Gründen der Impulserhaltung mit sich bringt und das alternativ durch die Dipolkraft erklärt werden kann, die die Atome in dem von ihnen selbst generierten Dipolpotenzial erfahren. RIR-Messungen belegen, dass sich ein Teil der Atome synchron mit der Stehwelle bewegt. Im stationären Zustand wird die Dipolkraft von der dissipativen Kraft der Melasse kompensiert. Die theoretische Beschreibung führt zu qualitativ identischen Aussagen.

Warum führt eine Stokesche Reibungskraft, wie sie die Melasse in der verwendeten Näherung darstellt, zu dieser Instabilität der ungeordneten atomaren Verteilung? Warum bewirkt sie eine solche Selbstorganisation der Atome, in der diese sich, ausgehend von einer im wesentlichen homogenen Verteilung, spontan periodisch anordnen? Ohne das Vorhandensein weiterer Kräfte würde sich die Wirkung der Reibungskraft darauf beschränken, dass nach einer gewissen Zeit sämtliche Atome ruhen und damit die Temperatur des atomaren Ensembles Null ist. Dichtefluktuationen generieren allerdings Dipolpotenziale und führen damit zusätzliche Kräfte ein. Ferner ist aus Kap. 5.3 bekannt, dass tiefe Temperaturen den CARL-Prozess begünstigen, da sie die Bereitschaft der Atome, auf schwache Dipolpotenziale zu reagieren, erhöhen.

Abb. 6.7 dient zur näheren Veranschaulichung der Instabilität. Als Ausgangssituation seien die Atome in Ruhe. Eine geringfügige Dichtefluktuation sei vorhanden. Sie ist zwar langlebig, aber nicht stationär. Die mit ihr verbundene Rückstreuung führt zu einem schwachen Stehwellenpotenzial, dessen Phase sich so einstellt, dass der Schwerpunkt der Dichtefluktuation mit dem Mittelpunkt der absteigenden Potenzialflanke zusammenfällt, siehe Abb. 2.3. Dadurch erfahren nicht nur die „Überschuss“-Atome der Dichtefluktuation eine Kraft in Richtung des Pumpstrahls. Vielmehr werden auch die Atome, die den homogen verteilten Untergrund bilden, in

Richtung des mit dem Schwerpunkt der Dichtefluktuations mitbewegten Potenzialminimums beschleunigt. Die daraus resultierende Bündelung verstärkt die Dichtefluktuations und damit den Stehwellenkontrast. Diese Selbstverstärkung von Dichtefluktuations und Stehwellenkontrast ist in der Simulation erst beendet, wenn der Bündelungsparameter den Wert Eins erreicht hat.



**Abbildung 6.7:** Schematische Darstellung der Instabilität. Von oben nach unten sind drei aufeinanderfolgende Momentaufnahmen abgebildet. Außer der Verteilung der Atome sind das Dipolpotential und die aus ihm resultierenden Kräfte eingezeichnet. Anfangs sind die Atome in Ruhe und annähernd homogen verteilt. Das schwarz eingezeichnete Atom stellt die Abweichung von der homogenen Verteilung dar. Nähere Erläuterungen im Text.

Der sich einstellende stationäre Zustand hängt von der Stärke der Reibung ab. Mit steigender Geschwindigkeit von Stehwelle und atomarer Verteilung nimmt die Dipolkraft gemäß (2.57) ab und die Reibungskraft zu, vergleiche (6.2). Bei schwacher Reibung stellt sich deshalb erst bei einer hohen Geschwindigkeit ein Kräftegleichgewicht ein. Wie am Ende von Kap. 2.2 ausgeführt, ist diese mit einem geringen Stehwellenkontrast verbunden und damit, dass die Atome in der Nähe des Potenzialminimums sitzen. Mit zunehmender Reibung steigt der Stehwellenkontrast an und die Atome wandern auf den Mittelpunkt der abfallenden Potenzialflanke zu.

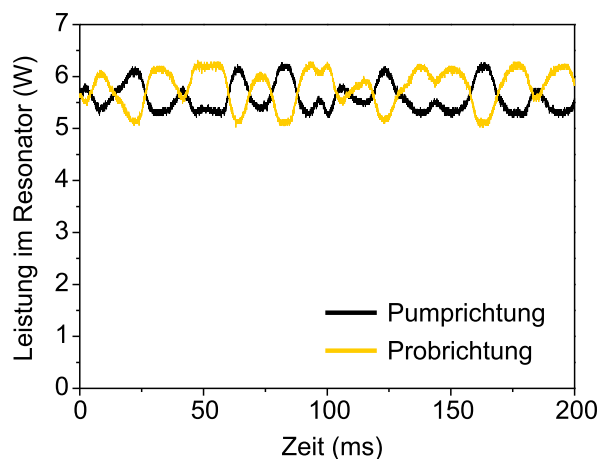
Ist dagegen keine Melasse vorhanden, so bleiben aufgrund der hohen Temperaturen und der fehlenden Dissipation geringfügige Dichtefluktuations folgenlos. Die Instabilität tritt deshalb nicht auf, da die Fluktuations durch die hohen Geschwindigkeiten der Atome bedingt sehr kurzlebig sind und sie die Bewegung der anderen Atome nur unwesentlich beeinflussen. Bei niedrigeren Temperaturen kann sich zwar ein CARL ausbilden, es werden jedoch nicht sämtliche Atome teilnehmen. Besitzt ein Atom einmal eine bestimmte Relativgeschwindigkeit bezüglich der Stehwelle,

so sieht es lediglich ein gemittelttes Potenzial. Seine mittlere Geschwindigkeit bleibt dann unbeeinflusst. Das erklärt das Ergebnis aus Kap. 5.2.3, dass der Bruchteil an Atomen, die sich mit der Stehwelle mitbewegen, zeitlich konstant ist. Eine hinreichend starke Reibung ist in der Lage, solche „Ausreißer“ einzufangen.

Obwohl die vereinfachte Beschreibung der Melasse als dissipative Kraft die Messergebnisse qualitativ richtig reproduziert und sich die Auswirkung der Melasse auf die Dynamik des Systems in diesem Modell sehr anschaulich verstehen lässt, stimmen die Vorhersagen der Theorie und die Messergebnisse quantitativ nicht überein. Im Widerspruch zur Theorie tritt keine perfekte Bündelung auf. Die theoretische Beschreibung ist unvollständig. Eine Ursache ist mit Sicherheit die Vernachlässigung der Diffusion, die die Wechselwirkung der Atome mit den Melassestrahlen mit sich bringt. Ihre Berücksichtigung liefert in Übereinstimmung mit den experimentellen Daten sowohl eine unvollständige Bündelung als auch die Mitführung nur eines Teils der Atome [Rob04, Cub04]. Ein weiterer Prozess, der bisher unberücksichtigt blieb und einen Einfluss auf die Bündelung hat, ist die Rückstreuung an den Spiegeloberflächen. Sie ist das Thema des folgenden Kapitels.

# 7 Spiegelrückstreuung

Bei beidseitiger Einkopplung in den leeren Ringresonator treten Schwankungen der Intensitäten in den beiden Umlaufrichtungen auf. Wie aus Abb. 7.1 ersichtlich, liegt deren relative Amplitude im Fall hoher Finesse bei 16%. Die Summe der Intensitäten bleibt dabei konstant. Bei einseitiger Einkopplung treten keine relevanten Schwankungen auf.



**Abbildung 7.1:** Intensitäten in den beiden Umlaufrichtungen des Ringresonators. Der Resonator wird beidseitig gepumpt. Es befinden sich keine Atome in der Resonatordipolfalle. Die Messung erfolgt in Transmission. Die Finesse beträgt 73000.

Die Intensitätsschwankungen rühren von Streuung an den Spiegeloberflächen her. Im Falle beidseitiger Einkopplung interferiert das rückgestreute Feld je nach Relativphase der beiden Umlaufrichtungen am Ort des Streuers mal konstruktiv mit der einen und mal mit der anderen Richtung. Obwohl dieser deutlich sichtbare Interferenzefekt bei einseitiger Einkopplung nicht auftritt, findet auch dort Rückstreuung statt. Aus der Theorie der aktiven Lasergyroskope ist bekannt, dass dort Spiegelrückstreuung für den so genannten Einrasteffekt verantwortlich ist. Sie synchronisiert bei geringen Rotationsgeschwindigkeiten des Gyroskops die Frequenzen der beiden Umlaufrichtungen und begrenzt dadurch die Nachweisempfindlichkeit [Cho85]. Dieses Kapitel behandelt die Auswirkungen, die die Spiegelstreuung auf die in dieser Arbeit präsentierten Messdaten und ihre Interpretation besitzt und schlägt dabei eine Brücke zu ähnlichen Experimenten, bei denen beidseitig in den Ringresonator eingekoppelt wurde [Els04].

In Kap. 7.1 wird die Spiegelrückstreuung quantitativ bestimmt und in die theoretische Beschreibung integriert. Es wird geklärt, unter welchen Bedingungen sie

CARL unterdrücken kann. Mit der Zerlegung des Dipolpotenzials in Teilpotenziale wird eine neuartige Methode eingeführt, mit deren Hilfe es gelingt, die Dynamik der Atome unter dem Einfluss eines zusätzlichen Stehwellenpotenzials zu veranschaulichen. Die Auswirkungen der Spiegelrückstreuung auf die Messungen werden in Kap. 7.2 untersucht. Kap. 7.3 behandelt Effekte, die auftreten, wenn Spiegelrückstreuung oder beidseitige Einkopplung den CARL-Prozess verhindern. Abschließend diskutiert Kap. 7.4 insbesondere die Frage, ob die Existenz von Spiegelrückstreuung neben CARL alternative Erklärungsmodelle für die experimentellen Beobachtungen liefert.

## 7.1 Theoretische Beschreibung

Streuung an den Spiegeln des Ringresonators ist in den bisher verwendeten Gleichungen nicht berücksichtigt worden. In diesem Unterkapitel wird nach der Abschätzung ihrer Stärke zuerst untersucht, wie sich ein einzelner ortsfester Streuer in einem ansonsten leeren Resonator auswirkt. Dabei wird der qualitative Unterschied zwischen absorptiver und dispersiver Streuung herausgearbeitet. Anschließend wird das die Gesamtdynamik beschreibende Differentialgleichungssystem um einen Term erweitert, der den Einfluss der Spiegelrückstreuung beinhaltet. Insbesondere wird hergeleitet, unter welcher Bedingung die Spiegelrückstreuung in der Lage ist, den CARL-Prozess zu verhindern.

### 7.1.1 Quantitative Abschätzung der Spiegelrückstreuung

Betrachtet wird der einseitig gepumpte, leere Ringresonator. Über Spiegelstreuung seien die beiden gegensinnigen Resonatormoden miteinander gekoppelt. Die aus der Kopplung resultierende Probstrahlintensität lässt sich abschätzen, indem die Rückstreuung an den Spiegeln in Analogie zu einer Einkopplung in Probstrahlrichtung behandelt wird. Für letztere ist das Verhältnis zwischen von außen eingestrahelter und im Resonator umlaufender Intensität bekannt. Perfekte Gaußanpassung und resonante Einstrahlung vorausgesetzt ist es durch den Überhöhungsfaktor  $\mathcal{E}$  gegeben, siehe Kap. 3.2.3. Sei  $T_{\text{rück}}$  der „Transmissionskoeffizient“ aufgrund der Spiegelrückstreuung. Dann ergibt sich unter Berücksichtigung von  $A_{\text{ges}}, T_2, T_{\text{rück}} \ll 1$  anstelle von (3.6)

$$\mathcal{E}_{\text{rück}} = \frac{4T_{\text{rück}}}{(A_{\text{ges}} + T_2)^2} . \quad (7.1)$$

$T_{\text{rück}}$  lässt sich mittels des Lorentzmodells abschätzen, in dem die einzelnen mikroskopischen Streuer ortsfeste, polarisierbare Teilchen darstellen. Sind die Streuer identisch und auf der Spiegeloberfläche völlig homogen verteilt, so löschen sich in Rückwärtsrichtung ihre kohärenten Beiträge bei schrägem Einfall auf einen Resonatorspiegel aus. Dieses resultiert aus demselben Argument, mit dem in Kapitel 2.1 das Verschwinden der Streuung in einem homogenen Gas veranschaulicht wurde. Wie im Falle des homogenen Gases haben Fluktuationen jedoch zur Folge, dass

die räumliche Abstrahlungscharakteristik stattdessen identisch ist mit der eines einzelnen isolierten Streuers. Für linear polarisiertes Licht stellt er einen Hertzschen Dipol dar. Im freien Raum gilt für den Anteil der in einen kleinen Raumwinkel  $\Delta\Omega$  senkrecht zur Schwingungsrichtung ( $\theta = \pi/2$ ) emittierten Strahlungsleistung an der gesamten abgestrahlten Leistung

$$\mathcal{P}(\Delta\Omega) = \frac{\int \sin^2(\theta) d\Omega}{\oint \sin^2(\theta) d\Omega} \approx \frac{\int d\Omega}{\oint \sin^2(\theta) d\Omega} = \frac{3}{8\pi} \Delta\Omega . \quad (7.2)$$

Unter der Voraussetzung, dass Absorption keine Rolle spielt und sich stattdessen die gesamten Spiegelverluste auf kohärente Streuung zurückführen lassen, folgt

$$T_{\text{rück}} = (2A_1 + A_2)\mathcal{P}(\Delta\Omega) . \quad (7.3)$$

Einsetzen von (7.2) in (7.3) und anschließend in (7.1) ergibt schließlich

$$\mathcal{E}_{\text{rück}} = \frac{3(2A_1 + A_2)\Delta\Omega}{2\pi(A_{\text{ges}} + T_2)^2} . \quad (7.4)$$

Die Klammerausdrücke im Zähler und im Nenner besitzen dieselbe Größenordnung. Ferner lässt sich aus (3.5) für die Finesse die Näherungsformel

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{T_2 + A_{\text{ges}}} \quad (7.5)$$

ableiten. Die Klammerausdrücke nehmen daher mit steigender Finesse des Resonators ab und sind für Hochfinesse-Resonatoren sehr viel kleiner als Eins. Deshalb besagt (7.4), dass Spiegelrückstreuung gerade in Hochfinesse-Resonatoren problematisch ist. Die starke Überhöhung des rückgestreuten Feldes überkompensiert offensichtlich die Tatsache, dass die hochwertigen Spiegeloberflächen einen geringeren Prozentsatz des Lichts streuen.

Für  $\mathcal{F} = 73000$  und  $T_2 = 26$  ppm, vergleiche Tab. 3.1, folgt aus (7.5)  $A_{\text{ges}} = 40$  ppm und wegen  $T_1 = 2$  ppm unter Verwendung von (3.7)  $2A_1 + A_2 = 36$  ppm. Der Raumwinkel  $\Delta\Omega$ , innerhalb dessen die Streuung in die rückwärtsgerichtete Resonatormode erfolgt, lässt sich näherungsweise aus dem Divergenzwinkel der Resonatormode im Fernfeld bestimmen. Mit  $w_0 = 125 \mu\text{m}$  und  $\lambda = 797 \text{ nm}$  gilt

$$\Delta\Omega = 2\pi \int_0^{\frac{\lambda}{\pi w_0}} \sin \vartheta d\vartheta = 1.3 \cdot 10^{-5} . \quad (7.6)$$

Einsetzen in (7.4) ergibt schließlich

$$I_2 = \mathcal{E}_{\text{rück}} I_1 = 0.051 I_1 . \quad (7.7)$$

Der Vergleich mit der in Abb. 7.1 dargestellten Messung zeigt, dass die Vernachlässigung von Absorption die experimentelle Realität nicht richtig wiedergibt. Aus dem

Kontrast der Intensitätsschwankungen ergibt sich eine relative Amplitude des rückgestreuten Felds von 4%. Dieser Wert ist um mehr als einen Faktor 5 niedriger als derjenige, der aus (7.7) folgt. Offenbar werden nur ca. 3% der Gesamtverlustleistung als kohärente Strahlung reemittiert.

### 7.1.2 Spiegelstreuung im leeren Resonator

Die kohärente Spiegelrückstreuung lässt sich durch einen einzigen punktförmigen Streuer auf der Oberfläche eines Resonatorspiegels modellieren. Dieser ist formal identisch mit einem ortsfesten Atom. Deshalb gilt im Rahmen der eindimensionalen Darstellung dasselbe Gleichungssystem (2.48), mit dem auch CARL beschrieben wird. Der einzige Unterschied ist der, dass die aus (2.48e) resultierende Kraft wirkungslos bleibt und stattdessen  $\dot{x} = 0$  gilt. Es sollen Gleichgewichtslösungen betrachtet werden. Außerdem sei der Resonator einseitig gepumpt. In Analogie zu (2.49) lautet das Gleichungssystem

$$0 = -(\kappa + \gamma_S)\alpha_1 - (\gamma_S \cos(\varphi) + U_S \sin(\varphi))\alpha_2 + \eta_1 , \quad (7.8a)$$

$$0 = (\Delta_c - U_S)\alpha_1 + (\gamma_S \sin(\varphi) - U_S \cos(\varphi))\alpha_2 , \quad (7.8b)$$

$$0 = -(\kappa + \gamma_S)\alpha_2 - (\gamma_S \cos(\varphi) - U_S \sin(\varphi))\alpha_1 , \quad (7.8c)$$

$$0 = (\Delta_c - U_S) - (\gamma_S \sin(\varphi) + U_S \cos(\varphi)) \frac{\alpha_1}{\alpha_2} . \quad (7.8d)$$

$\varphi$  bezeichnet gemäß (2.47) die Relativphase zwischen der Position des Streuers und der des nächstbenachbarten Wellenbauchs und  $\gamma_S$  und  $U_S$  beschreiben die Stärke der Streuung, und zwar  $\gamma_S$  den absorptiven Anteil und  $U_S$  den dispersiven. Für den Spezialfall eines rein dispersiven Streuers ( $\gamma_S = 0$ ) ergibt Einsetzen von (7.8d) in (7.8b)

$$0 = U_S \cos(\varphi) (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) . \quad (7.9)$$

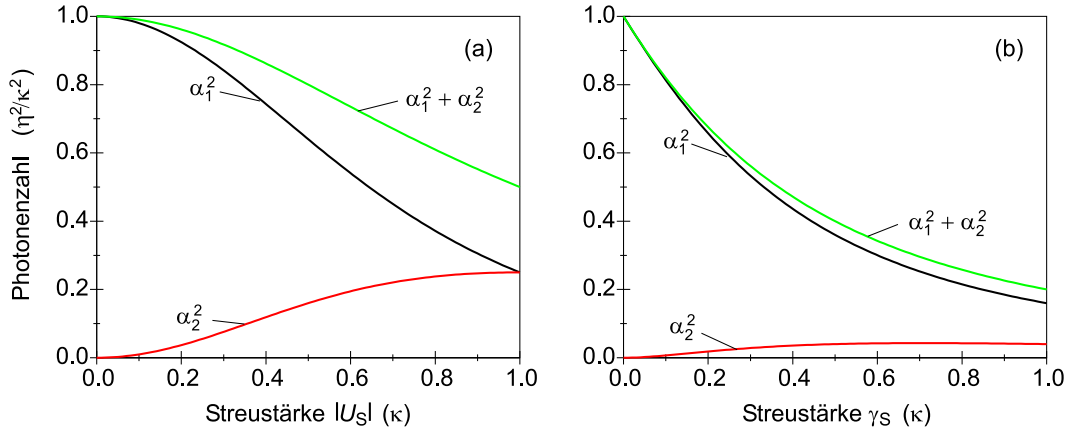
Bei schwacher Rückstreuung,  $\alpha_2 < \alpha_1$ , folgt aus dieser Gleichung  $\varphi = \pm\pi/2$ . Durch Einsetzen in (7.8c) lässt sich wegen  $\alpha_{1,2} \geq 0$  eines der beiden Vorzeichen ausschließen. Der Spiegelstreuer ruht unabhängig vom Vorzeichen von  $U_S$  mittig auf der abfallenden Flanke des selbsterzeugten Stehwellenpotenzials. Es ergibt sich

$$\alpha_2 = \frac{|U_S|}{\kappa} \alpha_1 , \quad (7.10)$$

womit aus (7.8a) folgt

$$\alpha_1 = \frac{\eta_1}{\kappa} \frac{1}{1 + \left(\frac{U_S}{\kappa}\right)^2} . \quad (7.11)$$

In Abb. 7.2(a) ist das Verhalten der Intensitäten für verschiedene Streustärken  $|U_S|$  dargestellt. Für den hypothetischen Fall maximaler Rückstreuung, der eintritt, wenn die Bedingung (3.7) für Impedanzanpassung erfüllt ist und sämtliches Licht, das den Resonator nicht durch den Einkoppelspiegel verlässt, in die rückwärtsgerichtete Mode gestreut wird, ergibt sich  $|U_S| = \kappa$ . Deshalb gilt  $0 < |U_S| < \kappa$ .



**Abbildung 7.2:** Abhängigkeit der Photonenzahlen in Vorwärtsrichtung  $\alpha_1^2$  und in Rückwärtsrichtung  $\alpha_2^2$  und der Gesamtphotonenzahl von der Stärke der Spiegelrückstreuung im Falle dispersiver (a) bzw. absorptiver (b) Streuer.

Dieselbe Vorgehensweise wie im Falle des rein dispersiven Streuers liefert ausgehend von (7.8) für einen rein absorptiven Streuer ( $U_S = 0$ )

$$0 = \gamma_S \sin(\varphi) (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) , \quad (7.12)$$

$$\alpha_2 = -\frac{\gamma_S}{\kappa + \gamma_S} \cos(\varphi) \alpha_1 , \quad (7.13)$$

$$\alpha_1 = \frac{\eta_1}{\kappa + \gamma_S} \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma_S}{\kappa + \gamma_S}\right)^2} . \quad (7.14)$$

Aus (7.12) und (7.13) folgt  $\varphi = \pi$ . Der absorptive Streuer sitzt also im Intensitätsminimum der selbsterzeugten Stehwelle. Abb. 7.2(b) zeigt die aus (7.14) und (7.13) berechneten Intensitätsverhältnisse. Im Falle des rein absorptiven Streuers sind die Intensitäten in den beiden Umlaufrichtungen geringer als im Falle des rein dispersiven. Dieses liegt an der zusätzlichen Abstrahlung des absorptiven Streuers in den freien Raum, die sich in den Gleichungen durch die Ersetzung  $\kappa \rightarrow \kappa + \gamma_S$  ausdrückt.

Im Folgenden wird die Spiegelstreuung durch einen rein dispersiven Streuer modelliert. Die mit einem absorptiven Streuer verbundene zusätzliche Abschwächung der Lichtfelder aufgrund der Streuung in den freien Raum ist in dem experimentell bestimmten Wert für  $\kappa$  bereits enthalten. Wird dieses berücksichtigt, so ergeben beide Arten von Streuern für die folgenden Rechnungen dieselben Ergebnisse. Der Parameter  $U_S$  kann aus der in Abb. 7.1 dargestellten Messung bestimmt werden. Die aus ihr ermittelte relative Amplitude des rückgestreuten Felds von 4% besagt

$$\alpha_2 = 0.04 \alpha_1 . \quad (7.15)$$

Der Vergleich mit (7.10) liefert

$$|U_S| = 0.04 \kappa . \quad (7.16)$$

### 7.1.3 Spiegelstreuung im gefüllten Resonator

Um den Einfluss der Spiegelrückstreuung auf den CARL-Prozess numerisch simulieren zu können, muss diese mittels eines zusätzlichen Terms in das Differentialgleichungssystem integriert werden. Unter der Berücksichtigung eines dispersiven Streuers<sup>1</sup> lautet die die Felder beschreibende Gleichung (2.36a)

$$\dot{\alpha}_{\pm} = -(\kappa + N\gamma_0 + iNU_0 - i\Delta_c + iU_S)\alpha_{\pm} - ((\gamma_0 + iU_0) \sum_{n=1}^N e^{\mp 2ikx_n} + iU_S)\alpha_{\mp} + \eta_{\pm} . \quad (7.17)$$

Analog zu der Vorgehensweise in Kap. 2.2 lässt sich daraus das Gleichungssystem

$$\dot{\alpha}_1 = -(\kappa + N\gamma_0)\alpha_1 - \left( \gamma_0 \sum_{n=1}^N \cos(\varphi_n) + U_0 \sum_{n=1}^N \sin(\varphi_n) - U_S \sin(\Delta\phi) \right) \alpha_2 + \eta_1 , \quad (7.18a)$$

$$0 = (\Delta_c - NU_0 - U_S)\alpha_1 + \left( \gamma_0 \sum_{n=1}^N \sin(\varphi_n) - U_0 \sum_{n=1}^N \cos(\varphi_n) - U_S \cos(\Delta\phi) \right) \alpha_2 , \quad (7.18b)$$

$$\dot{\alpha}_2 = -(\kappa + N\gamma_0)\alpha_2 - \left( \gamma_0 \sum_{n=1}^N \cos(\varphi_n) - U_0 \sum_{n=1}^N \sin(\varphi_n) + U_S \sin(\Delta\phi) \right) \alpha_1 + \eta_2 \cos(\Delta\phi), \quad (7.18c)$$

$$\dot{\phi}_2 = (\Delta_c - NU_0 - U_S) - \left( \gamma_0 \sum_{n=1}^N \sin(\varphi_n) + U_0 \sum_{n=1}^N \cos(\varphi_n) + U_S \cos(\Delta\phi) \right) \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{\eta_2}{\alpha_2} \sin(\Delta\phi) \quad (7.18d)$$

herleiten. Auf ihm - zusammen mit der Kraftgleichung (6.4) und unter Berücksichtigung von (2.46) und (2.47) - basieren die numerischen Simulationen dieses Kapitels.

Die analytische Herleitung des Wertes von  $U_S$ , der ausreicht, um den CARL-Prozess zu verhindern, erfordert die ersten vier der aus Kap. 2.2 bekannten fünf Vereinfachungen, nämlich einseitige Einkopplung, Vernachlässigung des Strahlungsdrucks, perfekte Bündelung und Beschränkung auf Gleichgewichtszustände. Mit ihnen lautet das Gleichungssystem (7.18)

$$0 = -\kappa\alpha_1 - (NU_0 \sin(\varphi) - U_S \sin(\Delta\phi)) \alpha_2 + \eta_1 , \quad (7.19a)$$

$$0 = (\Delta_c - NU_0 - U_S)\alpha_1 - (NU_0 \cos(\varphi) + U_S \cos(\Delta\phi)) \alpha_2 , \quad (7.19b)$$

$$0 = -\kappa\alpha_2 + (NU_0 \sin(\varphi) - U_S \sin(\Delta\phi)) \alpha_1 , \quad (7.19c)$$

$$\dot{\phi}_2 = (\Delta_c - NU_0 - U_S) - (NU_0 \cos(\varphi) + U_S \cos(\Delta\phi)) \frac{\alpha_1}{\alpha_2} . \quad (7.19d)$$

<sup>1</sup>Der Streuer befinde sich ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit bei  $x = 0$ .

Aus Abb. 7.2(a) geht hervor, dass sich trotz einseitiger Einkopplung bei zunehmender Spiegelrückstreuung die Laufwellendipolfalle in eine Stehwellendipolfalle verwandelt. Die Lage der Stehwellenknoten ist durch die Spiegelstreuer fixiert. Die Dipolkräfte dieser raumfesten Stehwelle haben das Bestreben, die in der Falle gefangenen Atome in den Bäuchen dieser Stehwelle festzuhalten. Insofern behindern sie den CARL-Prozess, der eine kontinuierliche Beschleunigung der Atome beinhaltet. Es stellt sich die Frage, wie ausgeprägt die Spiegelrückstreuung sein muss, um die CARL-Beschleunigung zu verhindern. Aufgrund der Beschränkung auf Gleichgewichtszustände ist eine Verhinderung der CARL-Beschleunigung gleichbedeutend mit der Tatsache, dass die Atome in Ruhe bleiben. Es muss also gelten

$$m\ddot{x} = 0 , \quad (7.20a)$$

$$m\dot{x} = 0 . \quad (7.20b)$$

Damit ergibt Auflösen von (7.19a) und (7.19c) nach  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  und anschließendes Einsetzen in die Kraftgleichung (6.4)

$$0 = 4\hbar k U_0 \left( \frac{\eta_1}{\kappa} \right)^2 \frac{NU_0 \sin(\varphi) - U_S \sin(\Delta\phi)}{\kappa \left( 1 + \frac{(NU_0 \sin(\varphi) - U_S \sin(\Delta\phi))}{\kappa} \right)^2} \sin(\varphi) . \quad (7.21)$$

Eine genauere Untersuchung zeigt, dass für die physikalisch relevanten Lösungen dieser Gleichung die Bedingung  $\sin(\varphi) = 0$  erfüllt sein muss. Diese Bedingung ist einleuchtend. Sie besagt, dass sich die Atome in einem Extremum der Dipolfallenintensität befinden und deshalb keine Dipolkraft auf sie wirkt. Einsetzen von (7.19b) in (7.19d) führt damit zu

$$0 = (NU_0 + U_S \cos(\Delta\phi)) (\kappa^2 - (U_S \sin(\Delta\phi))^2) . \quad (7.22)$$

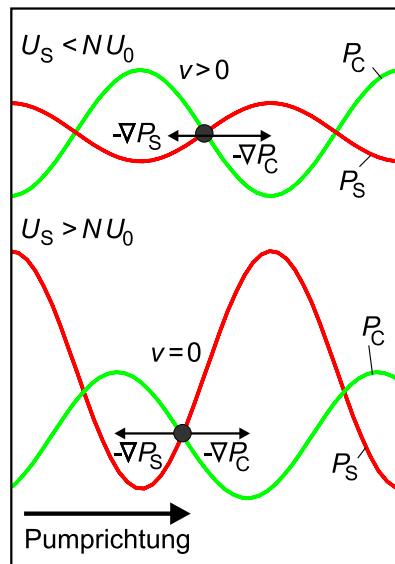
Unter Berücksichtigung von  $U_S < \kappa$  folgt als notwendige Bedingung dafür, dass der CARL-Prozess unterdrückt wird,

$$U_S \geq NU_0 . \quad (7.23)$$

Dieses Ergebnis lässt sich anschaulich verstehen, indem die auf das Atom wirkende Dipolkraft zerlegt wird. Gemäß (2.20) ist sie gegeben durch den Gradienten des Dipolpotenzials  $U_{\text{dip}}$ , welches proportional zur Intensität ist. Da die elektrischen Felder dem Superpositionsprinzip gehorchen, lässt sich das Dipolpotenzial insofern in „Teilpotenziale“  $P_{\text{dip},k}$  zerlegen, als dass gilt

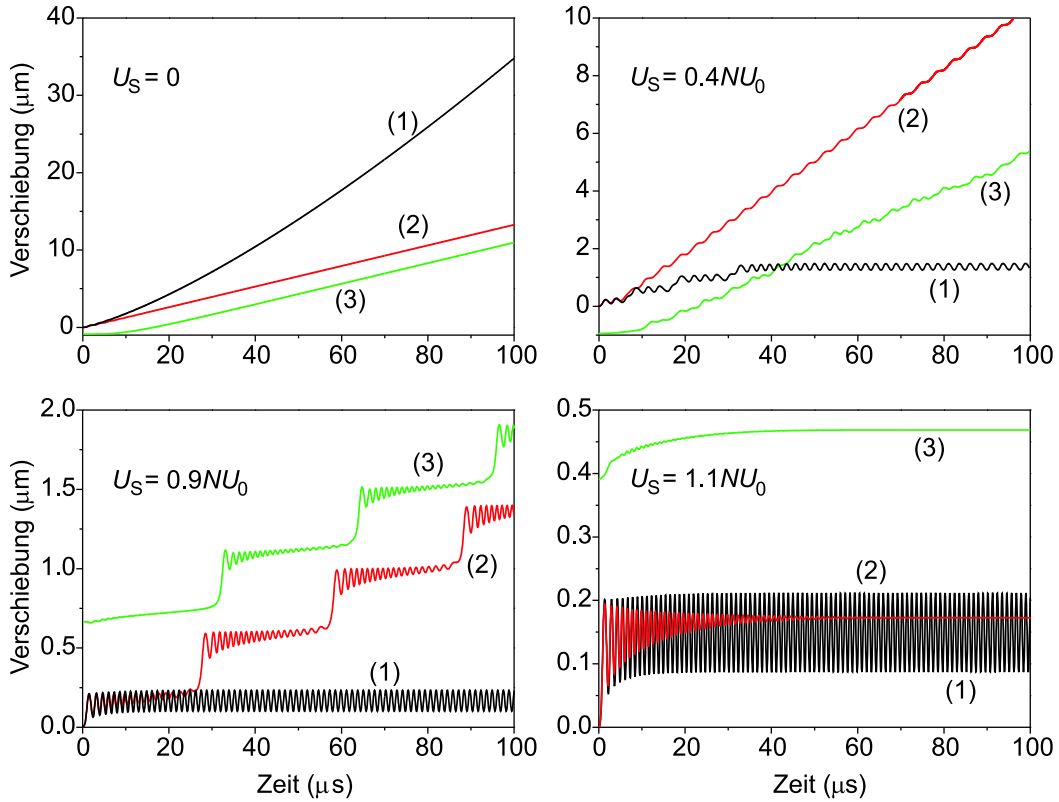
$$\begin{aligned} U_{\text{dip}} &= -\text{Re}(\alpha) |E_{\text{ges}}|^2 = -\text{Re}(\alpha) \left( \sum_i E_i \right) \left( \sum_i E_i^* \right) \\ &= -\text{Re}(\alpha) \left( \sum_i |E_i|^2 + \sum_{i \neq j} (E_i E_j^* + E_i^* E_j) \right) =: \sum_k P_{\text{dip},k} . \end{aligned} \quad (7.24)$$

$E_{\text{ges}}$  besteht aus drei Summanden  $E_i$ , die jeweils ebene Wellen darstellen. Neben dem in Pumpstrahlrichtung eingekoppelten Feld sind dies die beiden in Probstrahlrichtung umlaufenden Felder, von denen das eine auf die Rückstreuung an den gebündelten Atomen und das andere auf die an den Spiegeln zurückzuführen ist. Für die Dipolkraft sind nur diejenigen Teilpotenziale relevant, die eine Ortsabhängigkeit besitzen. Unter der Voraussetzung (7.20b) sind das in (7.24) lediglich die Teilpotenziale, die Produkte aus gegensinnig im Resonator zirkulierenden Feldern enthalten. Damit ergeben sich zwei relevante Teilpotenziale. Zum einen resultiert aus der Interferenz des an den Spiegeln rückgestreuten Lichts mit dem Pumplicht das raumfeste Stehwellenpotenzial  $P_S$ . Zum anderen ist es das von den Atomen selbsterzeugte CARL-Potenzial  $P_C$ , das sich aus der Interferenz zwischen dem an den Atomen rückgestreuten Licht und dem Pumplicht ergibt.



**Abbildung 7.3:** Gesamtkraft auf ein ruhendes Atom als Summe aus den Dipolkräften in dem CARL-Potenzial  $P_C$  und in dem Stehwellenpotenzial  $P_S$ , das aus der Spiegelrückstreuung resultiert. In der oberen Bildhälfte ist der Fall  $U_S < N U_0$  dargestellt. Die Dipolkraft des Stehwellenpotenzials ist nicht in der Lage, die CARL-Kraft zu kompensieren. Dagegen zeigt die untere Bildhälfte die stabile Situation, die sich für  $U_S > N U_0$  einstellen kann.

Die Situation ist in Abb. 7.3 dargestellt. Für ruhende Atome ist das Amplitudenverhältnis der beiden Potenziale durch  $N U_0 / U_S$  gegeben. Die Atome sitzen auf der Flankenmitte des von ihnen selbst erzeugten CARL-Potenzials. Die CARL-Kraft als Dipolkraft in diesem Potenzial ist deshalb gemäß (2.20) durch den maximalen Gradienten des CARL-Potenzials gegeben. Eine Beschleunigung der Atome lässt sich nur verhindern, wenn die Spiegelrückstreuung eine mindestens ebenso große entgegengerichtete Kraft ausüben kann, d.h. wenn das mit ihr verbundene Potenzial einen mindestens ebenso steilen Gradienten aufweist. Das ist genau dann der Fall, wenn die Amplitude des CARL-Potenzials diejenige des von der Spiegelstreuung herrührenden Potenzials nicht übersteigt, also wenn (7.23) gilt.



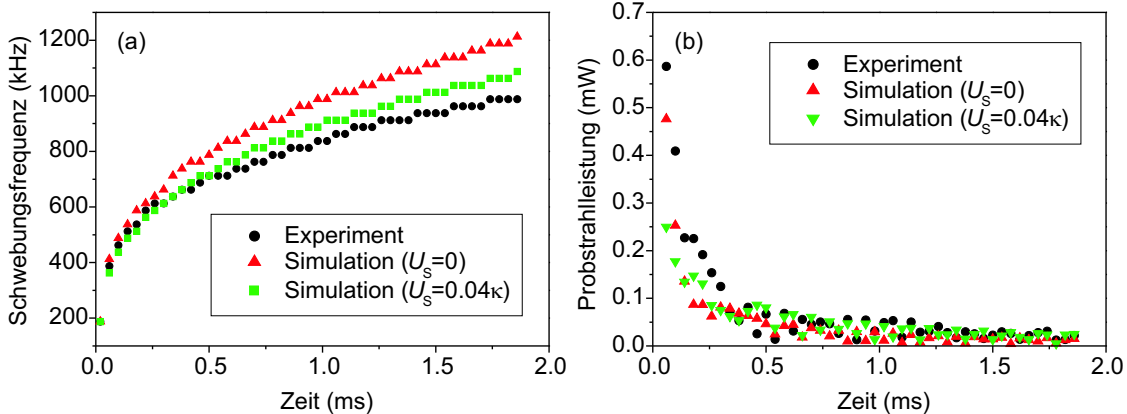
**Abbildung 7.4:** Abhängigkeit der atomaren Verschiebung von der Stärke der Spiegelrückstreuung. Dargestellt sind die Kurven für  $b = 1$  und  $\gamma_{\text{fric}} = 0$  (1),  $b = 1$  und  $\gamma_{\text{fric}} = 0.9\kappa$  (2) und  $b$  als dynamische Variable und  $\gamma_{\text{fric}} = 0.9\kappa$  (3). Für sämtliche Kurven gilt  $\gamma_0 = 0$ . Die weiteren Parameter entsprechen denen von Abb. 6.5.

Simulationen bestätigen (7.23) nur für den Fall, dass die der Herleitung zugrundeliegenden vier Vereinfachungen künstlich in (7.18) eingebaut werden. Wird die Beschränkung auf Gleichgewichtszustände oder die Annahme perfekter Bündelung fallen gelassen, schwächt sich die Anforderung an  $U_S$  ab. So demonstrieren die Kurven (1) in Abb. 7.4, dass trotz der Bedingung perfekter Bündelung auch für  $U_S < NU_0$  Zustände auftreten, die mit keiner kontinuierlichen Beschleunigung verbunden sind. Sie stellen Nichtgleichgewichtszustände dar, in denen die Atome in den Stehwellenbäuchen oszillieren. Da ein bewegtes Atom gemäß (2.57) eine abgeschwächte CARL-Kraft erfährt, reicht eine geringere Spiegelrückstreuung aus, um das Atom „einzufangen“. Im Umkehrpunkt seiner Bewegung ist das Atom zwar kurzzeitig in Ruhe, die kurze Zeitspanne erlaubt dem vom Atom rückgestreuten Feld jedoch nicht, sich im Resonator voll aufzubauen. Deshalb ist auch in diesem Punkt die CARL-Kraft reduziert. Reibung, z.B. durch die räumliche Überlagerung der optischen Melasse realisiert, dämpft die Oszillationen. Wie die Kurven (2) - insbesondere für  $U_S = 0.9NU_0$  - zeigen, kommt das Atom schließlich zur Ruhe und überwindet unter dem Einfluss der vollen CARL-Kraft einen weiteren Potenzialberg. Die Beschleunigung in das nächste Potenzialminimum hinein leitet eine erneute Oszillation ein. Ohne die Annahme perfekter Bündelung nimmt die Anforderung an

$U_S$  weiter ab, weil  $N$  und  $U_0$  durch die reduzierten effektiven Werte  $N_{\text{eff}}$  und  $U_{0,\text{eff}}$  ersetzt werden müssen, vergleiche Kap. 6.3. Aus Abb. 7.4 geht ein zusätzlicher Effekt hervor. Ohne Spiegelrückstreuung hätten die Kurven (2) und (3) dieselbe Steigung, da in den Simulationen aufgrund der starken Reibungskraft und der Vernachlässigung der Diffusion bereits nach wenigen Mikrosekunden  $b = 1$  gilt. Das zusätzliche Stehwellenpotenzial rüttelt jedoch an den Atomen, so dass die perfekte Bündelung immer wieder zerstört wird. Die Spiegelrückstreuung wirkt der Bündelung entgegen. Deshalb ergibt sich in Abb. 7.4 insbesondere für  $U_S = 0.4NU_0$  eine geringere Steigung, die sich durch ein herabgesetztes  $U_{0,\text{eff}}$  erklären lässt.

## 7.2 Anwendung auf die Messergebnisse

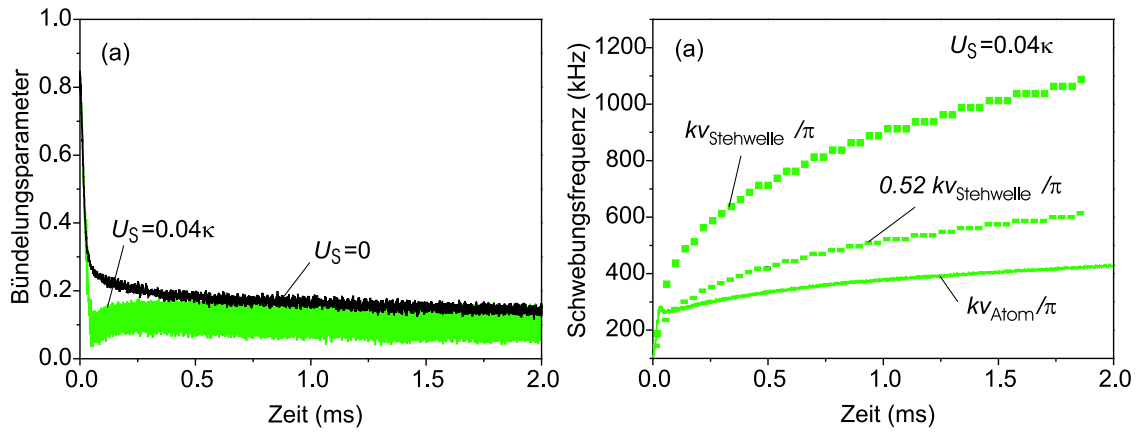
In den Kapiteln 5 und 6 ergaben sich Abweichungen zwischen den experimentellen Daten auf der einen und den simulierten und analytisch berechneten Ergebnissen auf der anderen Seite. Sie wurden der Spiegelstreuung zugeschrieben. Hier soll gezeigt werden, dass diese Behauptung gerechtfertigt ist.



**Abbildung 7.5:** Mittels abschnittsweiser Fouriertransformation bestimmter zeitlicher Verlauf von Schwebungsfrequenz (a) und Probstrahlleistung (b), vergleiche Abb. 5.4. Neben den experimentellen Daten sind die Simulationsergebnisse bei Vernachlässigung ( $U_S = 0$ ) und bei Berücksichtigung ( $U_S = 0.04\kappa$ ) der Spiegelstreuung dargestellt. Sämtliche Parameter sind der Messung entnommen.

Die Auswirkung der Spiegelstreuung auf die CARL-Dynamik wird exemplarisch anhand der in Abb. 5.1 und Abb. 5.4 dargestellten Messung verdeutlicht. Für die Stärke der Spiegelstreuung wird der in Kap. 7.1.2 experimentell bestimmte Wert  $U_S = 0.04\kappa$  angenommen. Die damit zu vergleichende Gesamtstärke der atomaren Kopplung beträgt  $NU_0 = 0.64\kappa$ . Die Spiegelstreuung ist also gemäß (7.23) zu gering, um den CARL-Prozess zu unterbinden. Dennoch bleibt sie nicht wirkungslos. Abb. 7.5 zeigt, dass die simulierte Schwebungsfrequenz bei Berücksichtigung der Spiegelstreuung flacher ansteigt und deutlich besser mit der Messung übereinstimmt.

Die Probstrahlleistung bleibt relativ unverändert. Die Ursache für die geringere Beschleunigung der Stehwelle lässt sich Abb. 7.6 entnehmen. Als Folge der Spiegelstreuung ist sowohl die atomare Bündelung geringer als auch der Anteil an mitgeführten Atomen. Letzteres folgt aus der Tatsache, dass die Geschwindigkeit des atomaren Schwerpunkts deutlich geringer ist als für den Fall  $U_S = 0$ . Dort betrug sie 52% der Stehwellengeschwindigkeit, vergleiche Abb. 5.5. Beide Effekte verringern gemäß (2.57) die CARL-Kraft.

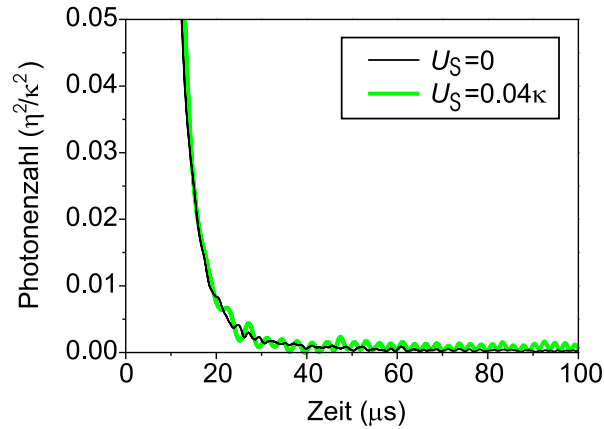


**Abbildung 7.6:** Zeitliche Entwicklung des Bündelungsparameters (a) für die beiden Simulationen aus Abb. 7.5 und der Geschwindigkeiten - umgerechnet in Schwebungsfrequenzen - von Stehwelle und atomarem Schwerpunkt (b) für die Simulation mit  $U_S = 0.04\kappa$ . Zusätzlich dargestellt ist die Geschwindigkeit der Stehwelle, die sich bei Multiplikation mit dem konstanten Faktor 0.52 ergibt, vergleiche Abb. 5.5.

In Abb. 7.7 ist die simulierte zeitliche Entwicklung der Probstrahlintensität dargestellt. Nach der Unterbrechung der Einkopplung sinkt sie nicht völlig auf Null. In Übereinstimmung mit den Beobachtungen in Kap. 5.1.1 ist eine schwache Modulation erkennbar, deren Frequenz mit der des Interferenzsignals übereinstimmt. Die Vergleichskurve für  $U_S = 0$  zeigt, dass diese Modulation ohne Spiegelstreuung nicht auftritt. Sie resultiert aus der Schwebung zwischen der dopplerverschobenen Rückstreuung der Atome und der unverschobenen Spiegelrückstreuung. Im Photonenbild entspricht dem die Tatsache, dass die Atome über das Stehwellenpotenzial, welches von der Spiegelstreuung herrührt, hinweglaufen und dabei abwechselnd je nach Steigung des Potenzials Photonen in die eine oder andere Richtung umstreuen.

### 7.3 Der frustrierte CARL

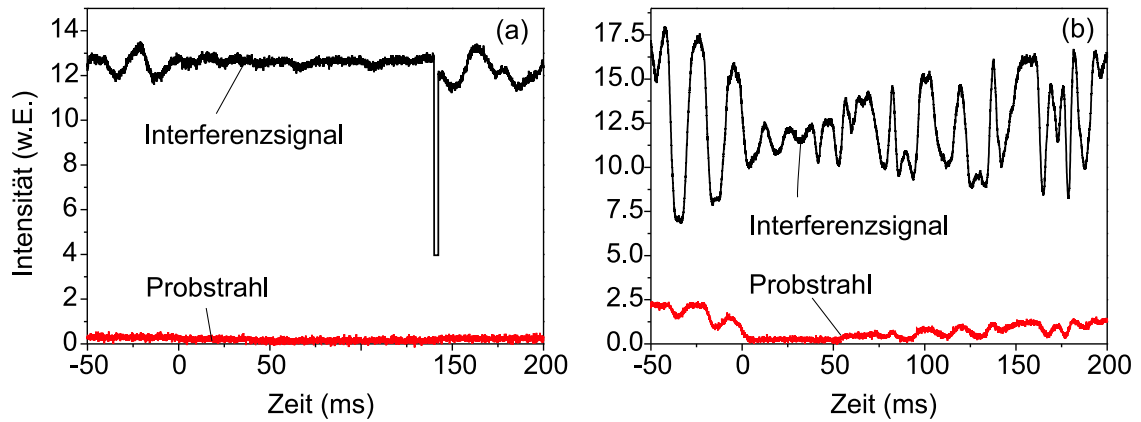
Nicht nur die Spiegelstreuung beeinflusst die atomare Dynamik. Umgekehrt wirkt sich die Anwesenheit der Atome auf die an den Spiegeln rückgestreute Intensität aus. Abb. 7.8(a) zeigt, dass mit dem Laden der Atome in die Dipolfalle die niederfrequenten Schwankungen des Interferenzsignals abnehmen. Die Schwankungen



**Abbildung 7.7:** Zeitliche Entwicklung der Probstrahlintensität. Die Simulationen sind identisch mit denen aus Abb. 7.5.

lassen sich auf die Interferenz des Pumpstrahls mit dem Licht zurückführen, das an den Spiegeloberflächen kohärent in die Richtung des Probstrahls gestreut wird. Die Relativphase der beiden interferierenden Teilstrahlen variiert aufgrund von akustischen Störungen im Strahlengang außerhalb des Resonators. Die Schlussfolgerung liegt nahe, dass die Atome die Rückstreuung in den Probstrahl verringern. Dieses lässt sich anhand von Abb. 7.8(a) nur erahnen. Da die Probstrahlintensität sehr niedrig ist, lässt es sich nicht eindeutig bestätigen. Stattdessen wird die Intensität des Probstrahls in einer zweiten Messung dadurch erhöht, dass er zusätzlich geringfügig von außen gepumpt wird. Einkopplung von außen und Spiegelrückstreuung sind insofern völlig äquivalent, als dass beide Prozesse ein mit der Pumprichtung frequenzartetes und ihr entgegengerichtetes Feld erzeugen. Die in Abb. 7.8(b) dargestellte Messung zeigt, dass die geringeren Fluktuationen tatsächlich mit einem Rückgang der Probstrahlintensität einhergehen. Simulationen bestätigen dieses. Dabei ist der Rückgang bei einer größeren Anzahl an Atomen oder stärkerer Bündelung ausgeprägter. Bei zu hoher Atomzahl setzt dagegen CARL ein, und die Probstrahlintensität nähert sich mit zunehmender Geschwindigkeit der Atome dem Wert an, den sie ohne die Anwesenheit der Atome besitzt.

Mittels der in Kap. 7.1.3 eingeführten Zerlegung des Dipolpotenzials in Teilpotenziale lässt sich verstehen, weshalb die Atome die Probstrahlintensität verringern. Dazu wird die in der unteren Hälfte von Abb. 7.3 dargestellte Situation betrachtet. Das raumfeste Potenzial, verursacht durch Spiegelrückstreuung oder Einkopplung von außen, sei höher als das starr mit den Atomen verbundene CARL-Potenzial. Das Gesamtpotenzial ergibt sich aus der Summe der beiden Teilpotenziale. Die Position der Atome stellt sich so ein, dass Kräftegleichgewicht herrscht. Dieses ist dann der Fall, wenn sie im Minimum des Summenpotenzials sitzen. Wie aus der oberen Hälfte von Abb. 7.9(a) hervorgeht, besitzt das Summenpotenzial eine geringere Höhe als das externe Stehwellenpotenzial. Da die Amplitude des Summenpotenzials proportional zu  $\sqrt{I_+ I_-}$  ist und die Pumpstrahlintensität  $I_+$  nahezu unverändert bleibt, ist dieses gleichbedeutend mit einer Verringerung der Probstrahlintensität  $I_-$ . Diese



**Abbildung 7.8:** Zeitlicher Verlauf von Interferenzsignal und Probstrahlintensität bei einseitiger Einkopplung (a) und bei zusätzlich geringfügiger Einkopplung in Probstrahlrichtung (b). Zum Zeitpunkt  $t = 0$  ms beginnt die Dunkel-MOT-Phase, in der die Dipolfalle mit Atomen gefüllt wird. In (a) wird der Titan-Saphir-Laser bei  $t = 140$  ms kurz ausgeschaltet und dadurch die Dipolfalle entleert. Die Atomzahl beträgt  $N = 1 \cdot 10^6$ .

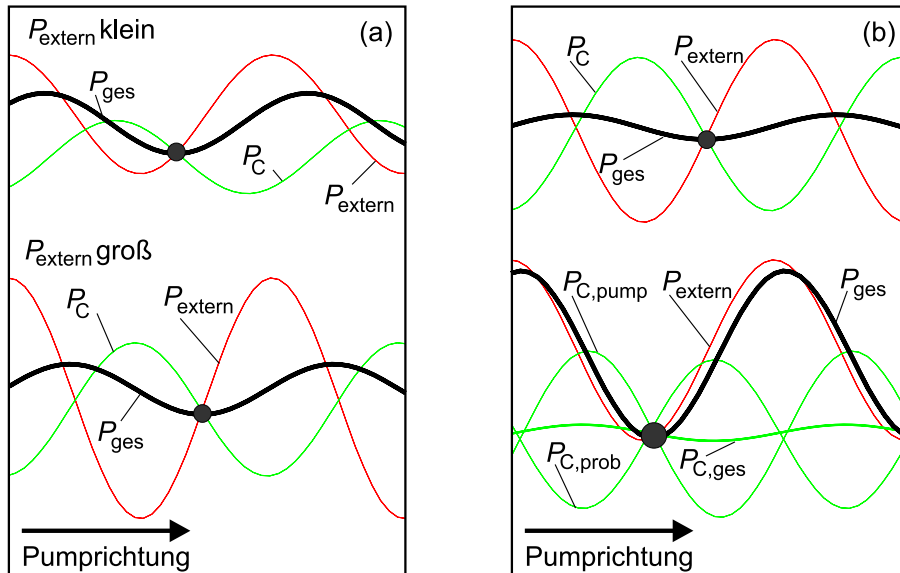
Verringerung ist eine Folge der destruktiven Interferenz der beiden rückwärtsgerichteten Felder. Mit zunehmender Atomzahl oder Bündelung ist die Auslöschung vollständiger, da sich die Amplituden der beiden interferierenden Felder angleichen und außerdem die Gleichgewichtsposition des Atoms in der Abbildung nach rechts wandert. Dadurch nähert sich die Relativphase der rückgestreuten Wellen dem Wert  $\pi$ , für den die Interferenz maximal destruktiv ist. Erst wenn die Amplitude des CARL-Potenzials diejenige des raumfesten Potenzials übersteigt, können die Atome den Potenzialberg überwinden. Der CARL-Prozess kann starten. Die Verringerung der Probstrahlintensität ist genauso wie CARL auf Bragg-Streuung an einem atomaren Dichtegitter zurückzuführen. Sie stellt einen CARL dar, der aufgrund einer Potenzialbarriere am „Loslaufen“ gehindert wird, allerdings mit dem entscheidenden Unterschied, dass die Bündelung nicht das Resultat eines selbstorganisierenden Prozesses ist, sondern eines von außen aufgeprägten Stehwellenpotenzials.

Alternativ lässt sich derselbe Effekt durch die Einführung eines effektiven Brechungsindex verstehen [Wei98, Els04]. Die Schwingungsamplitude der induzierten atomaren Dipole ist in den Stehwellenbäuchen größer als sie es in der jeweiligen laufenden Welle wäre. Der damit verbundene erhöhte Anteil des in Vorwärtsrichtung gestreuten Feldes am Gesamtfeld bewirkt eine zusätzliche Phasenverschiebung. Bei asymmetrischem Pumpen ist diese für Pumpstrahl und Probstrahl unterschiedlich groß. Es ergeben sich verschiedene Resonanzfrequenzen für die beiden Umlaufrichtungen, die sich als zwei voneinander abweichende effektive Brechungsindizes interpretieren lassen. Da die Phasenstabilisierung die Resonanzbedingung für den Pumpstrahl aufrechterhält, ist der Probstrahl bezüglich des Resonators verstimmt und wird deshalb nicht mehr effizient überhöht. Die Probstrahlintensität bricht in Anwesenheit der Atome ein. Die Äquivalenz der beiden Modelle folgt formal aus dem bereits bei der Zerlegung in Teilpotenziale verwendeten Superpositionsprinzip für elektri-

sche Felder. Angewandt auf die Berechnung des Probfields aus der Summation der einzelnen Resonatorumläufe besagt es

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_{\text{extern}}^{(n)} + \sum_{n=1}^{\infty} E_C^{(n)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( E_{\text{extern}}^{(n)} + E_C^{(n)} \right) . \quad (7.25)$$

Der linke Ausdruck entspricht der Zerlegung in Teilpotenziale, bei der die Feldbeiträge der einzelnen Resonatorumläufe für die Spiegelrückstreuung bzw. Einkopplung  $E_{\text{extern}}$  und für die atomare Rückstreuung  $E_C$  getrennt aufsummiert und erst am Schluss beide addiert werden. Der rechte beschreibt dagegen das Brechungsindexkonzept. Es betrachtet einzelne Resonatorumläufe, die sowohl Spiegelrückstreuung bzw. Einkopplung als auch atomare Rückstreuung beinhalten. Das Gesamtfeld ergibt sich aus der Summe sämtlicher Umläufe.



**Abbildung 7.9:** Bestimmung des Gesamtpotenzials  $P_{\text{ges}}$  als Summe aus dem von Spiegelstreuung oder Einkopplung herrührenden externen Stehwellenpotenzial  $P_{\text{extern}}$  und dem CARL-Potenzial  $P_C$  bzw. den CARL-Potenzialen  $P_{C,\text{pump}}$  und  $P_{C,\text{prob}}$ . In (a) ist die Veränderung bei einer Erhöhung von  $P_{\text{extern}}$  dargestellt und (b) zeigt die beiden Gleichgewichtssituationen im Fall von bistabilem Verhalten.

Ein Experiment in Hamburg, das dem hier beschriebenen sehr ähnlich ist, untersuchte bei beidseitiger Einkopplung in den Ringresonator die Rückwirkung der Atome auf die Probstrahlintensität. Dabei wurde sowohl Bistabilität der Probstrahlintensität als auch das anomale Verhalten beobachtet, dass bei einer gemeinsamen Erhöhung der in den Resonator eingekoppelten Prob- und Pumpstrahlintensität die im Resonator umlaufende Probstrahlintensität abnimmt [Els04]. Die Ergebnisse konnten mit einem einfachen Modell erklärt werden, das auf der adiabatischen Näherung basiert, dass die Atome zu jedem Zeitpunkt eine thermische Gleichgewichtsverteilung bezüglich des aktuellen Stehwellenpotenzials im Resonator einnehmen.

Beide Effekte lassen sich mittels der Zerlegung in Teilpotenziale anschaulich verstehen. Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass der Bündelungsparameter eine dynamische Variable ist und insbesondere mit der Potenzialtiefe ansteigt. In Analogie zu Kap. 7.1.3 ergibt sich das Gesamtstehwellenpotenzial - und damit indirekt über dessen Kontrast die Probstrahlintensität - aus der Summe aus dem externen Potenzial und dem von den Atomen herrührenden CARL-Potenzial. Der einzige Unterschied ist der, dass das externe Potenzial nicht von Spiegelrückstreuung, sondern von beidseitiger Einkopplung herrührt.

Abb. 7.9(a) dient zur Erklärung des anomalen Verhaltens. Die gemeinsame Erhöhung der eingekoppelten Prob- und Pumpleistung führt aufgrund des tieferen externen Potenzials zu stärkerer Bündelung. Die Rückstreuung und damit die Höhe des CARL-Potenzials nimmt deshalb überproportional zu. Die resultierende Kraft zwingt die Atome weiter die Flanke des externen Potenzials hinauf. Aufgrund der Verschiebung ist die Interferenz zwischen externem und rückgestreutem Feld stärker destruktiv. Wie in der unteren Hälfte von Abb. 7.9(a) dargestellt, nimmt deshalb trotz einer Zunahme sowohl des externen als auch des CARL-Potenzials der Stehwellenkontrast des Gesamtpotenzials  $P_{\text{ges}}$  ab. Da er proportional zu  $\sqrt{I_+ I_-}$  ist und die Pumpstrahlintensität  $I_+$  erhöht wurde, folgt daraus die in [Els04] beobachtete Verringerung der Probstrahlintensität  $I_-$ . Der sich dabei einstellende Gleichgewichtszustand muss sich nicht durch eine stärkere Bündelung auszeichnen, da diese von der Potenzialtiefe des Gesamtpotenzials abhängt.

Zum Verständnis der Bistabilität ist es von entscheidender Bedeutung, dass bei hohen Intensitäten des Probstrahls dessen Rückstreuung in die Richtung des Pumpstrahls nicht vernachlässigt werden darf. Der Probstrahl werde nahezu genauso stark von außen gepumpt wie der Pumpstrahl. Abb. 7.9(b) zeigt die beiden alternativen Gleichgewichtssituationen. Sie weisen sehr unterschiedliche Probstrahlintensitäten auf.

Die obere Bildhälfte stellt die Situation mit geringer Probstrahlintensität dar. Die Rückstreuung des Probstrahls ist deshalb - wie in den bisher betrachteten Fällen - vernachlässigbar. Mit der Rückstreuung des Pumpstrahls sind ein CARL-Potenzial  $P_C$  und damit eine CARL-Kraft verbunden, die die Atome auf die in Pumprichtung ansteigende Flanke des externen Potenzials  $P_{\text{extern}}$  schiebt. Das rückgestreute und das in Probstrahlrichtung eingekoppelte Feld interferieren destruktiv miteinander. Dieses ist die Ursache für die geringe Probstrahlintensität. Sie drückt sich in dem geringen Kontrast des Gesamtpotenzials  $P_{\text{ges}}$  aus, dass sich als Summe aus  $P_{\text{extern}}$  und  $P_C$  ergibt.

In der unteren Hälfte von Abb. 7.9(b) ist die zweite Gleichgewichtssituation dargestellt. Die Atome befinden sich nahezu im Minimum des externen Potenzials  $P_{\text{extern}}$ . Pump- und Probstrahl haben annähernd dieselbe Intensität. Die Rückstreuung des Probstrahls ist somit nicht vernachlässigbar. Beide werden von den gebündelten Atomen zurückgestreut und erzeugen somit jeweils ihr eigenes CARL-Potenzial  $P_{C,\text{pump}}$  bzw.  $P_{C,\text{prob}}$ <sup>2</sup>. Wie aus der Abbildung hervorgeht, heben sich die beiden CARL-

<sup>2</sup>Genau genommen existiert noch ein viertes ortsabhängiges Potenzial. Es resultiert aus der In-

Potenziale gegenseitig fast auf. Es wirkt nahezu keine CARL-Kraft. Die Atome werden von ihr nur geringfügig aus dem Minimum der externen Stehwelle ausgelenkt. Obwohl die Bündelung in dieser zweiten Situation deutlich stärker ist, bricht die Probstrahlintensität nicht ein.

Das in [Els04] verwendete adiabatische Modell liefert nur so lange richtige Ergebnisse, wie das externe Feld hinreichend stark ist, um den CARL-Prozess zu unterbinden. Dann bewegt sich der Schwerpunkt der atomaren Verteilung nicht und die Atome befinden sich tatsächlich im Minimum des Gesamtpotenzials. Die CARL-Beschleunigung beruht dagegen auf der Dipolkraft, die mit der Auslenkung aus diesem Minimum verbunden ist. Im adiabatischen Modell, in dem die Atome per definitionem symmetrisch um das Potenzialminimum herum verteilt sind, existiert diese Kraft nicht.

## 7.4 Diskussion

Die kritische Frage, ob Spiegelrückstreuung eine alternative Erklärung für die experimentellen Ergebnisse liefert und dadurch den CARL-Nachweis in Frage stellt, kann klar verneint werden. Das mit der Rückstreuung verbundene Stehwellenpotenzial stellt zwar ein Hindernis für die atomare Beschleunigung dar. Die hier präsentierten Messungen liegen aber in einem Parameterbereich, in dem dieses Hindernis lediglich die atomare Bündelung und die CARL-Beschleunigung reduziert, den CARL-Prozess jedoch nicht unterbindet. Simulationen zeigen, dass die Berücksichtigung der Spiegelstreuung sogar zu einer besseren Übereinstimmung zwischen dem Experiment und der Theorie führt. Insbesondere ist die schwache Modulation des Probstrahls keineswegs ein Indiz gegen CARL, sondern vielmehr eine Folge desselben. Die Spiegelstreuung kann allerdings eine wichtige Rolle bei der Initiierung des CARLs spielen, erzeugt sie doch einen schwachen Probstrahl, der eine geringfügige Anfangsbündelung sicherstellt. Deshalb muss der CARL-Prozess nicht aus Dichtefluktuations heraus einsetzen.

Bei geringen Kopplungsstärken  $NU_0$  kann Spiegelstreuung sehr wohl den CARL-Prozess verhindern. Insofern erzeugt die Spiegelstreuung ein Schwellverhalten in Bezug auf  $NU_0$ . Aktuellere Messungen, bei denen der Dipolfalle nach wie vor eine optische Melasse überlagert wird, zeigen ein Schwellverhalten bezüglich der Pumpintensität [Cub04]. Dieses lässt sich nicht auf Spiegelrückstreuung zurückführen. Simulationen zeigen, dass die Pumpintensität keinen erkennbaren Einfluss auf die Auswirkung der Spiegelstreuung hat. Die Erklärung der Pumpschwelle erfordert offenbar eine detailliertere Beschreibung der Melasse, die insbesondere auch die Diffusion berücksichtigt, die mit der spontanen Emission einhergeht [Rob04, Cub04].

---

terferenz der beiden rückgestreuten Felder. Seine Berücksichtigung kompliziert die Situation, ändert jedoch nichts an der Gültigkeit der Argumentation. Um die Darstellung einfach und anschaulich zu halten, sei es hier vernachlässigt.

# 8

## Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein Experiment aufgebaut, das es ermöglicht, die Moden eines Hochfinesse-Ringresonators als Dipolfallen für ultrakalte  $^{85}\text{Rb}$ -Atome zu nutzen. Mit diesem Aufbau wurde erstmals ein Collective Atomic Recoil Laser (CARL) zweifelsfrei experimentell realisiert. Zusätzlich wurde eine neuartige Methode erfolgreich implementiert, um den CARL, der normalerweise transienten Verhalten zeigt, in einen stationären Zustand zu versetzen. Zu diesem Zweck wurden die Atome in der einseitig gepumpten Resonatordipolfalle einer optischen Melasse ausgesetzt. Sie stellen einen Dissipationsmechanismus für die atomare Dynamik dar.

Es gelang, die experimentellen Ergebnisse weitestgehend im Rahmen der klassischen Physik zu beschreiben und zu interpretieren. Die Atome werden dabei als polarisierbare Teilchen betrachtet. Sie modifizieren die Lichtfelder aufgrund von kohärenter Rayleigh-Streuung, und die Lichtfelder üben umgekehrt Kräfte auf die Atome aus. CARL ist ein kollektiver Effekt. Die Erzeugung des rückwärts gerichteten Laserlichts lässt sich auf kollektive kohärente Rayleigh-Streuung - auch Bragg-Streuung genannt - an einer periodischen atomaren Dichtemodulation zurückführen. Aufgrund der Impulserhaltung geht mit der Rückstreuung eine Beschleunigung des atomaren Gitters einher. Das Erreichen eines stationären Zustands erfordert deshalb eine entgegengerichtete Kraft. Diese ist durch die Stokesche Reibung der Melasse gegeben.

Das Bedeutsame an CARL ist der Prozess der Selbstorganisation, in dessen Verlauf die anfänglich annähernd homogene räumliche Verteilung der Atome eine Gitteranordnung einnimmt. Ursache der Selbstorganisation ist die positive Rückkopplung des Systems: Ein kontrastreicheres atomares Gitter führt zu stärkerer Bragg-Streuung und umgekehrt verstärkt das mit der Bragg-Streuung einhergehende Stehwellenpotential das atomare Gitter. Das Einsetzen dieses Selbstverstärkungsprozesses stellt hohe Anforderungen an die experimentellen Parameter. Simulationen zeigen jedoch, dass sich die Anforderungen durch die Einführung einer dissipativen Kraft für die atomare Bewegung lockern lassen. Dieses bestätigte sich im Experiment, in dem der CARL-Prozess durch die Überlagerung der optischen Melasse spontan in Gang gesetzt wurde. Im Rahmen des klassischen Modells wurde veranschaulicht, weshalb eine Stokesche Reibung den CARL-Prozess begünstigt.

Es wurde gezeigt, dass Streuung an den Spiegeloberflächen gerade in Hochfinesse-Ringresonatoren eine beträchtliche Kopplung zwischen den beiden Umlaufrichtungen bewirkt. Sie beeinträchtigt den CARL-Prozess und kann ihn im Extremfall sogar verhindern. Durch ihre Berücksichtigung in den Simulationen konnte die ohnehin gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten noch gesteigert werden. Die Beeinflussung von Spiegelrückstreuung und atomarer Dynamik ist gegenseitig. Während des Beladens der Dipolfalle mit Atomen bricht die rückgestreute Intensität

ein. Dieser Effekt lässt sich - genau wie CARL - auf Bragg-Streuung an einem atomaren Dichtegitter zurückführen. In diesem Zusammenhang wurde ein theoretisches Modell entwickelt, das auf der Zerlegung des Dipolpotenzials in „Teilpotenziale“ basiert. Mit Hilfe dieses Modells konnten neben den Effekten der Spiegelrückstreuung auch das anomale und bistabile Verhalten anschaulich erklärt werden, das bei beidseitiger Einkopplung in den Ringresonator auftritt und in einem ähnlichen Experiment in Hamburg beobachtet wurde [Els04].

Die theoretische Beschreibung der Melasse als reine Reibungskraft ergibt insofern eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten, als dass die nahezu instantan auftretende Selbstorganisation der Atome und das schnelle Erreichen eines stationären Zustands korrekt wiedergegeben werden. Gleichzeitig stellt sich in der theoretischen Beschreibung eine perfekte Bündelung ein. Diese wird im Experiment nicht beobachtet. Neuere Experimente zeigen außerdem, dass erst oberhalb einer bestimmten Pumpintensität Selbstorganisation und Laseremission stattfinden [Cub04]. Mit dem hier verwendeten Modell der Melasse tritt dieses Schwellverhalten nicht auf. Eine zutreffendere Beschreibung ergibt sich, wenn die Diffusion berücksichtigt wird, die die statistische Natur der spontanen Emission mit sich bringt [Rob04, Cub04]. Für eine genaue Untersuchung des mit der Schwelle verbundenen Phasenübergangs wäre es hilfreich, die äußeren atomaren Freiheitsgrade mit höherer Genauigkeit und möglichst zerstörungsfrei messen zu können. Zu diesem Zweck soll der bestehende RIR-Aufbau so optimiert werden, dass er eine Bestimmung der Temperatur ermöglicht. Daneben wird ein Laser bei einer Wellenlänge von 422 nm aufgebaut, um den Bündelungsparameter direkt mittels Bragg-Streuung [Wei95] zu messen.

Das Funktionsprinzip des CARLs hat sehr viel mit dem des Free-Electron-Lasers (FEL) gemeinsam. Er wird deshalb in der Literatur auch als Free-Atom-Laser bezeichnet [Heu00]. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, ob er im Hinblick auf technische Anwendungen als UV-Laserquelle mit dem FEL konkurrieren kann. Dazu müsste die kalte Atomwolke durch einen monoenergetischen relativistischen Atomstrahl ersetzt werden. Theoretische Überlegungen zeigen, dass der CARL insbesondere bei hohen Strahlenergien Vorteile gegenüber dem FEL besitzen könnte [Bon97b]. Nachdem mit der vorliegenden Arbeit der *proof of principle* eines CARLs gelungen ist, besteht Anlass für die Erstellung einer Machbarkeitsstudie, die insbesondere die Leistungsfähigkeit moderner Teilchenbeschleuniger und Speicherringe zu berücksichtigen hat.

Für Temperaturen unterhalb der so genannten Rückstoßtemperatur versagt das klassische CARL-Modell. Die Atome dürfen nicht mehr als punktförmige Teilchen, sondern müssen im Rahmen der Quantenmechanik als quantisierte Materiewellen beschrieben werden [Moo98, Lin01]. Das System ist besonders interessant, wenn zusätzlich hohe atomare Dichten auftreten, so dass die Quantenentartung zum Tragen kommt. Für den Fall bosonischer Teilchen wird in diesem Regime das Auftreten von sowohl Materie-Licht- als auch Materie-Materie-Verschrankung vorhergesagt [Moo99a, Moo99b, Pio03]. Außerdem soll es mittels desselben experimentellen Aufbaus möglich sein, elementare Anregungen eines Bose-Einstein-Kondensats (BEC) abzuregen [Hor01, Gar01]. Um diese spektakulären Vorhersagen experimen-

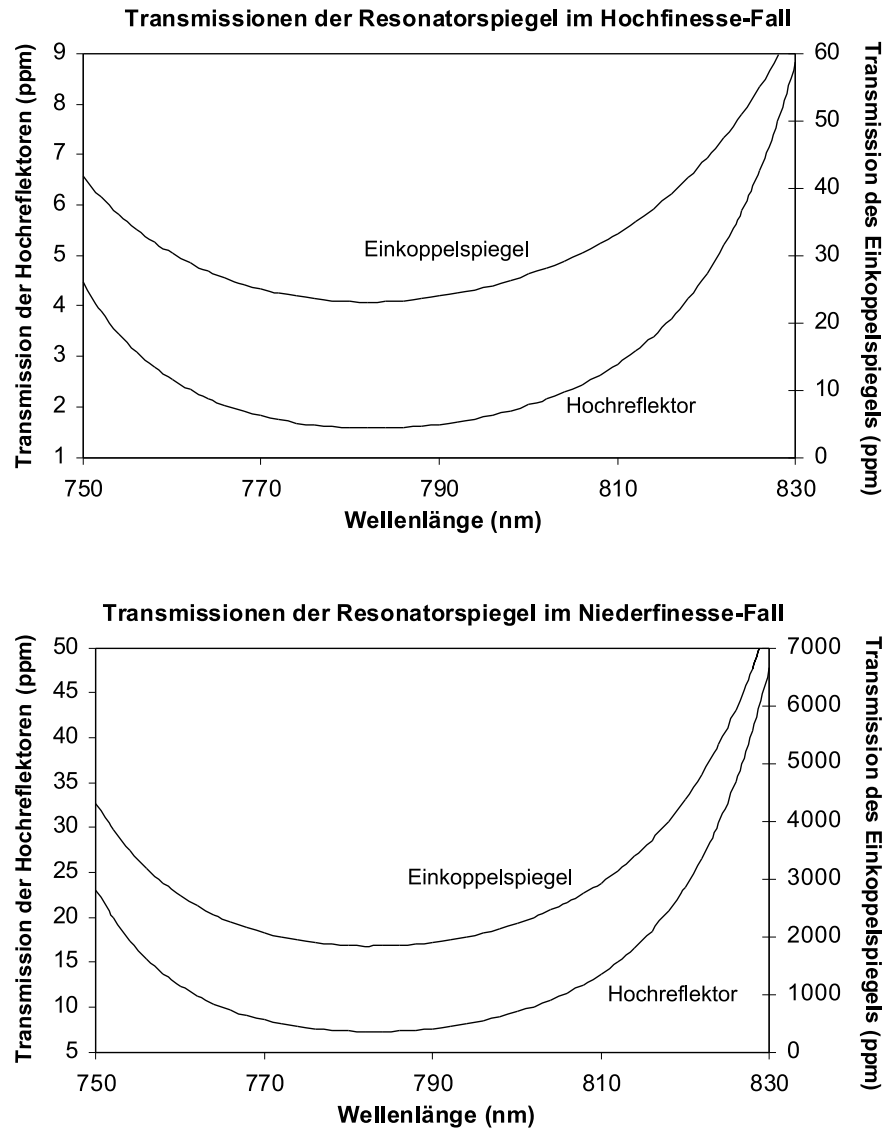
tell zu überprüfen, wird zur Zeit eine zweite Apparatur aufgebaut, die das Beladen der Ringresonatordipolfalle mit einem BEC ermöglichen soll.

Um einen stationären CARL zu verwirklichen, muss auch im Falle des BECs Dissipation eingeführt werden. Eine Melasse ist ungeeignet, da sie das Kondensat zerstören würde. Es ist eine offene Frage, ob spezielle Kühlmechanismen, die für kalte Atome in Resonatoren vorhergesagt [Hor97, Vul00, Vul01, Dom02] und teilweise experimentell demonstriert [Cha03, Bla03, Mau04] wurden, diese Aufgabe übernehmen können. Desweiteren ist ungeklärt, inwiefern sich die Spiegelrückstreuung auf die Dynamik des Systems auswirken wird.



# A

## Transmissionen der Hochfinesseresonatorspiegel



**Abbildung A.1:** Wellenlängenabhängigkeit der Transmissionskoeffizienten der Hochfinesseresonatorspiegel. Sowohl für den Einkoppler als auch für die Hochreflektoren sind die Transmissionen jeweils für senkrecht (oben) und waagrecht (unten) polarisiertes Licht angegeben.



## Literaturverzeichnis

- [Ada97] C. S. Adams and E. Riis, *Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Prog. Quant. Electr. **21**, 1 (1997).
- [And84] D. Z. Anderson, J. C. Frisch and C. S. Masser, *Mirror reflectometer based on optical cavity decay time*, Appl. Opt. **23**, 1238 (1984).
- [Ash78] A. Ashkin, *Trapping of Atoms by Resonance Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **40**, 729 (1978).
- [Ben02] J. Benhelm, *Spektroskopie an ultrakalten Atomen in einer optischen Dipolfalle*, Diplomarbeit, Universität Tübingen (2002).
- [Ber99] P. R. Berman, *Comparison of recoil-induced resonances and the collective atomic recoil laser*, Phys. Rev. A **59**, 585 (1999).
- [Bjo83] G. C. Bjorklund, M. D. Levenson, W. Lenth and C. Ortiz, *Frequency Modulation (FM) Spectroscopy*, Appl. Phys. B **32**, 145 (1983).
- [Bla03] A. T. Black, H. W. Chan and V. Vuletic, *Observation of Collective Friction Forces due to Spatial Self-Organization of Atoms: From Rayleigh to Bragg Scattering*, Phys. Rev. Lett. **91**, 203001 (2003).
- [Bon94a] R. Bonifacio and L. De Salvo, *Collective atomic recoil laser (CARL) optical gain without inversion by collective atomic recoil and self-bunching of two-level atoms*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **341**, 360 (1994).
- [Bon94b] R. Bonifacio, L. De Salvo, L. M. Narducci and E. J. Dangelo, *Exponential gain and self-bunching in a collective atomic recoil laser*, Phys. Rev. A **50**, 1716 (1994).
- [Bon95a] R. Bonifacio and L. De Salvo, *Analytical Theory of the Collective Atomic Recoil Laser in the FEL Limit*, Appl. Phys. B **60** (1995).
- [Bon95b] R. Bonifacio and L. De Salvo, *Collective Resonant Compton Scattering by Two-Level Particles*, Opt. Comm **115**, 505 (1995).
- [Bon96] R. Bonifacio and P. Verkerk, *Doppler broadening and collision effects in a collective atomic recoil laser*, Opt. Comm. **124**, 469 (1996).
- [Bon97a] R. Bonifacio, G. R. M. Robb and B. W. J. McNeil, *Propagation, cavity, and Doppler-broadening effects in the collective atomic recoil laser*, Phys. Rev. A **56**, 912 (1997).
- [Bon97b] R. Bonifacio, L. De Salvo and W. A. Barletta, *Relativistic theory of the collective atomic recoil laser*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **384**, 337 (1997).
- [Boy92] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Academic Press (1992).
- [Bro97a] W. J. Brown, J. R. Gardner and D. J. Gauthier, *Amplification of laser beams counterpropagating through a potassium vapor: The effects of atomic coherence*, Phys. Rev. A **56**, 3255 (1997).

- [Bro97b] W. J. Brown, J. R. Gardner and D. J. Gauthier, *Amplification of laser beams propagating through a collection of strongly driven, Doppler-broadened two-level atoms*, Phys. Rev. A **55**, R1601 (1997).
- [Cha03] H. W. Chan, A. T. Black and V. Vuletic, *Observation of Collective-Emission-Induced Cooling of Atoms in an Optical Cavity*, Phys. Rev. Lett. **90**, 063003 (2003).
- [Cho85] W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. M. Pedrotti, V. E. Sanders, W. Schleich and M. O. Scully, *The ring laser gyro*, Rev. Mod. Phys. **57**, 61 (1985).
- [Chu85] S. Chu, L. Hollberg, J.E. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin, *Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985).
- [Chu86] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, *Experimental Observation of Optically Trapped Atoms*, Phys. Rev. Lett. **57**, 314 (1986).
- [Cir95] J. I. Cirac, M. Lewenstein and P. Zoller, *Laser cooling a trapped atom in a cavity: Bad-cavity limit*, Phys. Rev. A **51**, 1650 (1995).
- [Cli94] R. A. Cline, J. D. Miller, M. R. Matthews and D. J. Heinzen, *Spin relaxation of optically trapped atoms by light scattering*, Opt. Lett. **19**, 207 (1994).
- [Coh92] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions*, John Wiley and Sons New York (1992).
- [Cor98] K. L. Corwin, Z.-T. Lu, C. F. Hand, R. J. Epstein and C. E. Wieman, *Frequency-stabilized diode laser with the Zeeman shift in an atomic vapor*, Appl. Opt. **37**, 3295 (1998).
- [Cou94] J. Y. Courtois, G. Grynberg, B. Lounis and P. Verkerk, *Recoil-induced Resonances in Cesium: An Atomic Analog to the Free Electron Laser*, Phys. Rev. Lett. **72**, 3017 (1994).
- [Cub04] C. von Cube, S. Slama, D. Kruse, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille, G. R. M. Robb, N. Piovella and R. Bonifacio, *Selfsynchronization and dissipation-induced threshold in collective atomic recoil lasing*, erscheint in Phys. Rev. Lett., auch  $\langle$  <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0402013>  $\rangle$  (2004).
- [Dal89] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [Dem95] W. Demtröder, *Laserspektroskopie*, vierte erweiterte und neubearbeitete Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1995).
- [Die98] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller and J. T. M. Walraven, *Two-Dimensional Magneto-Optical Trap as a Source of Slow Atoms*, Phys. Rev. A **58**, 3891 (1998).
- [Die01] K. Dieckmann, *BEC with High Atom Number in a Deep Magnetic Trap*,

- Dissertation, University of Amsterdam (2001).
- [Dom02] P. Domokos and H. Ritsch, *Collective Cooling and Self-Organization of Atoms in a Cavity*, Phys. Rev. Lett. **89**, 253003 (2002).
- [Dom03] P. Domokos and H. Ritsch, *Mechanical effects of light in optical resonators*, J. Opt. Soc. Am. B **20**, 1098 (2003).
- [Dre83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley and H. W. Ward, *Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983).
- [Dre94] M. Drewsen, P. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison and C. Salomon, *Investigation of sub-Doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap*, App. Phys. B **59**, 283 (1994).
- [Eli76] L. R. Elias, W. M. Fairbank, J. M. J. Madey, H. A. Schwettman and T. I. Smith, *Observation of Stimulated Emission of Radiation by Relativistic Electrons in a Spatially Periodic Transverse Magnetic Field*, Phys. Rev. Lett. **36**, 717 (1976).
- [Els03] Th. Elsässer, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Collective sideband cooling in an optical ring cavity*, Phys. Rev. A **67**, 051401 (2003).
- [Els04] Th. Elsässer, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Optical bistability and collective behavior of atoms trapped in a high-Q ring cavity*, Phys. Rev. A **69**, 033403 (2004).
- [Fis01] M. C. Fischer, A. M. Dudarev, B. Gutierrez-Medina and M. G. Raizen, *FM Spectroscopy in Recoil-induced Resonances*, J. Opt. B; Quantum Semiclass. Opt. **3**, 279 (2001).
- [For98] J. Fortagh, A. Grossmann, T. W. Hänsch and C. Zimmermann, *Fast Loading of a Magneto-Optical Trap from a Pulsed Thermal Source*, J. Appl. Phys. **84**, 6499 (1998).
- [Gal89] A. Gallagher and D. Pritchard, *Exoergic Collisions of Cold  $\text{Na}^*$ -Na*, Phys. Rev. Lett. **63**, 957 (1989).
- [Gan00a] M. Gangl, P. Horak and H. Ritsch, *Cooling Neutral Particles in Multimode Cavities Without Spontaneous Emission*, J. Mod. Opt. **47**, 2741 (2000).
- [Gan00b] M. Gangl and H. Ritsch, *Cold Atoms in a High-Q Ring Cavity*, Phys. Rev. A **61**, 043405 (2000).
- [Gar01] S. A. Gardiner, K. M. Gheri and P. Zoller, *Cavity-assisted quasiparticle damping in a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **63**, 051603 (2001).
- [Gor80] J.P. Gordon and A. Ashkin, *Motion of atoms in a radiation trap*, Phys. Rev. A **21**, 1606 (1980).
- [Gri00] R. Grimm, M. Weidemüller and Y. B. Ovchinnikov, *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42**, 95 (2000).
- [Gü00] S. Günther, *Obertonspektroskopie an CO*, Diplomarbeit, Universität

- Tübingen (2000).
- [Guo92] J. Guo, P. R. Berman, H. Dubetsky and G. Grynberg, *Recoil-induced Resonances in Non-linear Spectroscopy*, Phys. Rev. A **46**, 1426 (1992).
- [Hä75] T. W. Hänsch and A. L. Schawlow, *Cooling of Gases by Laser Radiation*, Opt. Comm. **13**, 68 (1975).
- [Hec98] G. Hechenblaikner, M. Gangl, P. Horak and H. Ritsch, *Cooling an atom in a weakly driven high-Q cavity*, Phys. Rev. A **58**, 3030 (1998).
- [Hem96] P. R. Hemmer, N. P. Bigelow, D. P. Katz, M. S. Shahriar, L. De Salvo and R. Bonifacio, *Self-Organization, Broken Symmetry, and Lasing in an Atomic Vapor: The Interdependence of Gratings and Gain*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1468 (1996).
- [Hem97] A. Hemmerich, *Cooling and Trapping Neutral Atoms with Laser Light*, in *Laser Sources and Applications: Proceedings of the Forty Seventh Scottish Universities Summer School in Physics, St Andrews, June 1995*, herausgegeben von A. Miller und D.M. Finlayson (1997).
- [Hem99] A. Hemmerich, *Quantum Entanglement in Dilute Optical Lattices*, Phys. Rev. A **60**, 943 (1999).
- [Heu00] J. Heurich, M. G. Moore and P. Meystre, *Cavity atom optics and the 'free atom laser'*, Opt. Comm. **179**, 549 (2000).
- [Hoo00] C. J. Hood, T. W. Lynn, A. C. Doherty, A. S. Parkins and H. J. Kimble, *The Atom-Cavity Microscope: Single Atoms Bound in Orbit by Single Photons*, Science **287**, 1447 (2000).
- [Hor97] P. Horak, G. Hechenblaikner, K. M. Gheri, H. Stecher and H. Ritsch, *Cavity-Induced Atom Cooling in the Strong Coupling Regime*, Phys. Rev. Lett. **79**, 4974 (1997).
- [Hor01] Peter Horak and Helmut Ritsch, *Dissipative dynamics of Bose condensates in optical cavities*, Phys. Rev. A **63**, 023603 (2001).
- [Hor02] P. Horak, H. Ritsch, T. Fischer, P. Maunz, T. Puppe, P. W. H. Pinkse and G. Rempe, *Optical Kaleidoscope Using a Single Atom*, Phys. Rev. Lett. **88**, 043601 (2002).
- [Jac75] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Zweite Auflage, S.802 (John Wiley & Sons 1975).
- [Jes92] P. S. Jessen, C. Gerz, P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, R. J. C. Spreeuw and C. I. Westbrook, *Observation of quantized motion of Rb atoms in an optical field*, Phys. Rev. Lett. **69**, 49 (1992).
- [Kru03a] D. Kruse, M. Ruder, J. Benhelm, C. von Cube, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille, Th. Elsässer, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Cold atoms in a high-Q ring cavity*, Phys. Rev. A **67**, 051802 (2003).
- [Kru03b] D. Kruse, C. von Cube, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Obser-*

- vation of Lasing Mediated by Collective Atomic Recoil*, Phys. Rev. Lett. **91**, 183601 (2003).
- [Kup00] S. J. M. Kuppens, K. L. Corwin, K. W. Miller, T. E. Chupp and C. E. Wieman, *Loading an Optical Dipole Trap*, Phys. Rev. A **62**, 013406 (2000).
- [Lab99] G. Labeyrie, F. de Tomasi, J.-C. Bernard, C. A. Mueller, C. Miniatura and R. Kaiser, *Coherent Backscattering of Light by Cold Atoms*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5266 (1999).
- [Let95] P. D. Lett, P. S. Julienne and W. D. Phillips, *Photoassociative Spectroscopy of Laser-Cooled Atoms*, Annu. Rev. Phys. Chem. **46**, 423 (1995).
- [Lin01] H. Y. Ling, H. Pu, L. Baksmaty and N. P. Bigelow, *Theory of a collective atomic recoil laser*, Phys. Rev. A **63**, 053810 (2001).
- [Lip96] G. L. Lippi, G. P. Barozzi, S. Barbay and J. R. Tredicce, *Spontaneous Generation of a Longitudinal Atomic Density Grating in Sodium Vapor*, Phys. Rev. Lett. **76**, 2452 (1996).
- [Mau04] P. Maunz, T. Puppe, I. Schuster, N. Syassen, P. W. H. Pinkse and G. Rempe, *Cavity cooling of a single atom*, Nature **428**, 50 (2004).
- [McN98] B. W. J. McNeil and G. R. M. Robb, *Collective Rayleigh scattering from dielectric particles: a classical theory of the collective atomic recoil laser*, Opt. Commun. **148**, 54 (1998).
- [Mil93] J. D. Miller, R. A. Cline and D. J. Heinzen, *Far-off-resonance optical trapping of atoms*, Phys. Rev. A **47**, R4567 (1993).
- [Mon90] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson and C. E. Wieman, *Very Cold Trapped Atoms in a Vapor Cell*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1571 (1990).
- [Moo98] M. G. Moore and P. Meystre, *Effects of Atomic Diffraction on the Collective Atomic Recoil Laser*, Phys. Rev. A **58**, 3248 (1998).
- [Moo99a] M. G. Moore and P. Meystre, *Optical Control and Entanglement of Atomic Schrödinger Fields*, Phys. Rev. A **59**, 1754 (1999).
- [Moo99b] M. G. Moore, O. Zobay and P. Meystre, *Quantum optics of a Bose-Einstein condensate coupled to a quantized light field*, Phys. Rev. A **60**, 1491 (1999).
- [Mos91] T. W. Mossberg, M. Lewenstein and D. J. Gauthier, *Trapping and cooling of atoms in a vacuum perturbed in a frequency-dependent manner*, Phys. Rev. Lett. **67**, 1723 (1991).
- [Mos01] A. Mosk, S. Jochim, H. Moritz, Th. Elsässer and M. Weidemüller, *Resonator-enhanced Optical Dipole Trap for Fermionic Lithium Atoms*, Opt. Lett. **26**, 1837 (2001).
- [Nag03a] B. Nagorny, Th. Elsässer and A. Hemmerich, *Collective Atomic Motion in an Optical Lattice formed inside a High Finesse Cavity*, Phys. Rev. Lett. **91**, 153003 (2003).

- [Nag03b] B. Nagorny, Th. Elsässer, H. Richter, A. Hemmerich, D. Kruse, C. Zimmermann and Ph. Courteille, *Optical Lattice in a High Finesse Ring Resonator*, Phys. Rev. A **67**, 031401 (2003).
- [O’K88] A. O’Keefe and D. A. G. Deacon, *Cavity ring-down optical spectrometer for absorption measurements using pulsed laser sources*, Rev. Sci. Instrum. **59**, 2544 (1988).
- [Per01] M. Perrin, G. L. Lippi and A. Politi, *Phase Transition in a Radiation-Matter Interaction with Recoil and Collisions*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4520 (2001).
- [Per02] M. Perrin, Z. Ye and L. M. Narducci, *Microscopic theory of the collective atomic recoil laser in an optical resonator: The effect of collisions*, Phys. Rev. A **66**, 043809 (2002).
- [Phi82] W. D. Phillips and H. Metcalf, *Laser Deceleration of an Atomic Beam*, Phys. Rev. Lett. **48**, 596 (1982).
- [Pin00] P. W. H. Pinkse, T. Fischer, P. Maunz and G. Rempe, *Trapping an atom with single photons*, Nature **404**, 365 (2000).
- [Pio01] N. Piovella, M. Gatelli and R. Bonifacio, *Quantum effects in the collective light scattering by coherent atomic recoil in a Bose-Einstein condensate*, Opt. Comm **194**, 167 (2001).
- [Pio03] N. Piovella, M. Cola and R. Bonifacio, *Quantum fluctuations and entanglement in the collective atomic recoil laser using a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **67**, 013817 (2003).
- [Pou46] R. V. Pound, *Electronic Frequency Stabilization of Microwave Oscillators*, Rev. Sci. Instr. **17**, 490 (1946).
- [Pre80] D. R. Preuss and J. L. Gole, *Three-stage birefringent filter tuning smoothly over the visible region: theoretical treatment and experimental design*, Appl. Opt. **19**, 702 (1980).
- [Pri86] D. E. Pritchard, E. L. Raab, V. Bagnato, C. E. Wieman and R. N. Watts, *Light Traps Using Spontaneous Forces*, Phys. Rev. Lett. **57**, 310 (1986).
- [Pro85] J. Prodan, A. Migdall, W. D. Phillips, I. So, H. Metcalf and J. Dalibard, *Stopping Atoms with Laser Light*, Phys. Rev. Lett. **54**, 992 (1985).
- [Pup03] T. Puppe, P. Maunz, T. Fischer, P. W. H. Pinkse and G. Rempe, *Single-atom trajectories in higher-order transverse modes of a high-finesse optical cavity*, eingereicht (2003).
- [Raa87] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. E. Pritchard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
- [Rai98] G. Raithel, W. D. Phillips and S. L. Rolston, *Collapse and Revivals of Wave Packets in Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3615 (1998).

- [Ric95] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König and T. W. Hänsch, *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*, Opt. Commun. **117**, 541 (1995).
- [Rob03] G. R. M. Robb and B. W. J. McNeil, *Superfluorescent Rayleigh Scattering from Suspensions of Dielectric Particles*, Phys. Rev. Lett. **90**, 123903 (2003).
- [Rob04] G. R. M. Robb, N. Piovella, A. Ferraro, R. Bonifacio, Ph. W. Courteille and C. Zimmermann, *Collective atomic recoil lasing including friction and diffusion effects*, Phys. Rev. A **69**, 041403 (2004).
- [Rud02] M. Ruder, *Lichtmoden eines Ringresonators hoher Güte als Dipolfallen für ultrakalte Rubidium-Atome*, Diplomarbeit, Universität Tübingen (2002).
- [Sal95] L. De Salvo, R. Cannerozzi, R. Bonifacio, E. J. D'Angelo and L. M. Narducci, *Collective-variables description of the atomic-recoil laser*, Phys. Rev. A **52**, 2342 (1995).
- [Sav97] T. A. Savard, K. M. O'Hara and J. E. Thomas, *Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps*, Phys. Rev. A **56**, R1095 (1997).
- [Sch01] A. Schoof, J. Grünert, S. Ritter and A. Hemmerich, *Reducing the Line-Width of a Diode Laser below 30 Hz by Stabilization to a Reference Cavity with Finesse above  $10^5$* , Opt. Lett. **26**, 1562 (2001).
- [Sta98] D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miesner, J. Stenger and W. Ketterle, *Optical Confinement of a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **80**, 2027 (1998).
- [Unb94] H. Unbehauen, *Regelungstechnik I*, achte überarbeitete Auflage, Vieweg-Verlag Braunschweig Wiesbaden (1994).
- [Ver92] P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon and C. Cohen-Tannoudji, *Dynamics and spatial order of cold cesium atoms in a periodic optical potential*, Phys. Rev. Lett. **68**, 3861 (1992).
- [Vul00] V. Vuletic and S. Chu, *Laser Cooling of Atoms, Ions, or Molecules by Coherent Scattering*, Phys. Rev. Lett. **84**, 3787 (2000).
- [Vul01] V. Vuletic, H. W. Chan and A. T. Black, *Three-dimensional cavity Doppler cooling and cavity sideband cooling by coherent scattering*, Phys. Rev. A **64**, 033405 (2001).
- [Wei95] M. Weidemüller, A. Hemmerich, A. Görlitz, T. Esslinger and T. W. Hänsch, *Bragg Diffraction in an Atomic Lattice Bound by Light*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4583 (1995).
- [Wei98] M. Weidemüller, A. Görlitz, T. W. Hänsch and A. Hemmerich, *Local and global properties of light-bound atomic lattices investigated by Bragg diffraction*, Phys. Rev. A **58**, 4647 (1998).
- [Wie95] C. Wieman, G. Flowers and S. Gilbert, *Inexpensive laser cooling and*

- trapping experiment for undergraduate laboratories*, Am. J. Phys. **63**, 317 (1995).
- [Zhu93] M. Zhu and J. L. Hall, *Stabilization of optical phase/frequency of a laser system: application to a commercial dye laser with an external stabilizer*, J. Opt. Soc. Am. B **10**, 802 (1993).
- [Zim95] C. Zimmermann, V. Vuletic, A. Hemmerich, L. Ricci and T. W. Hänsch, *Design of a Compact Tunable Ti:Sapphire Laser*, Opt. Lett. **20**, 297 (1995).